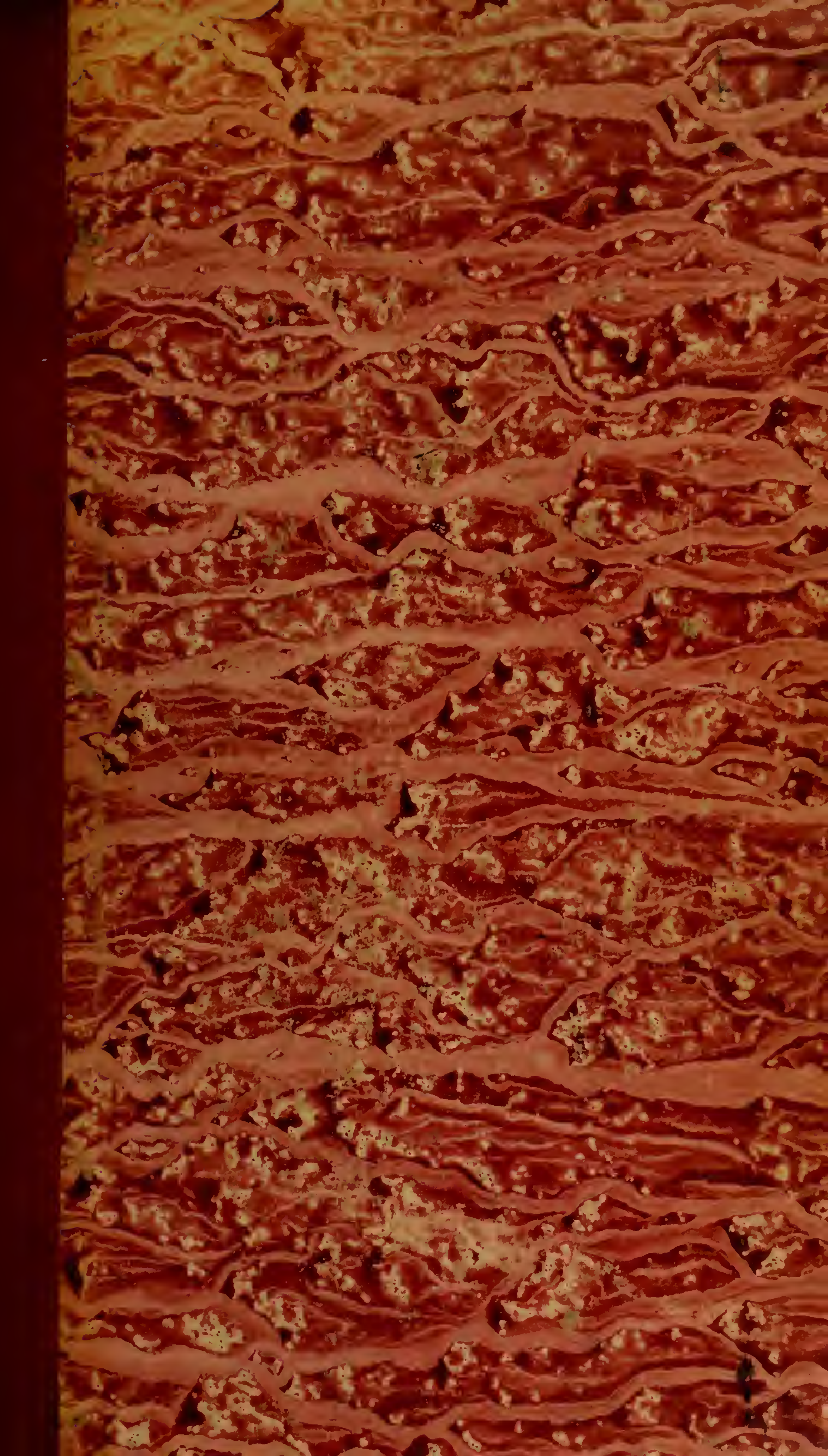
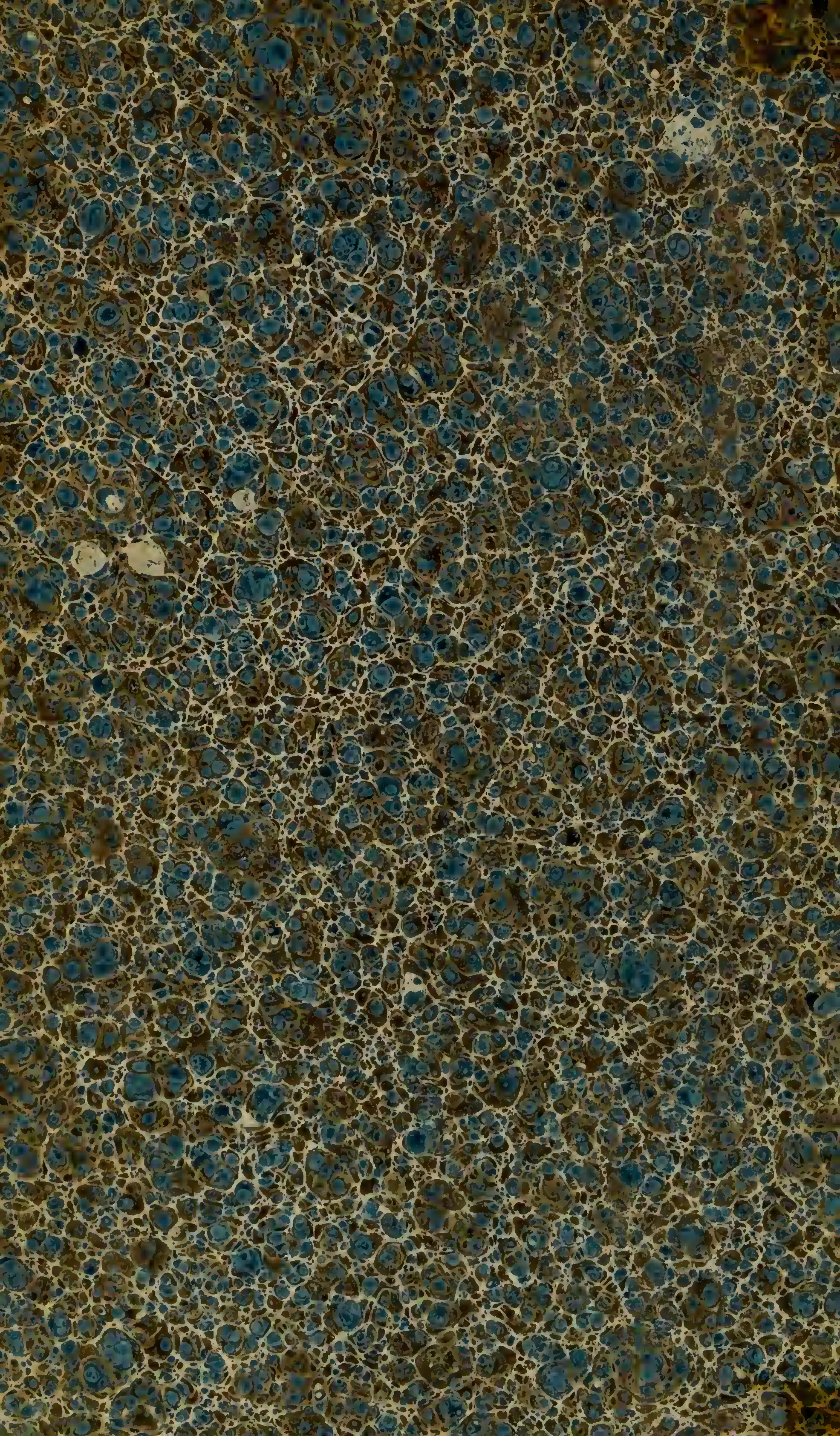
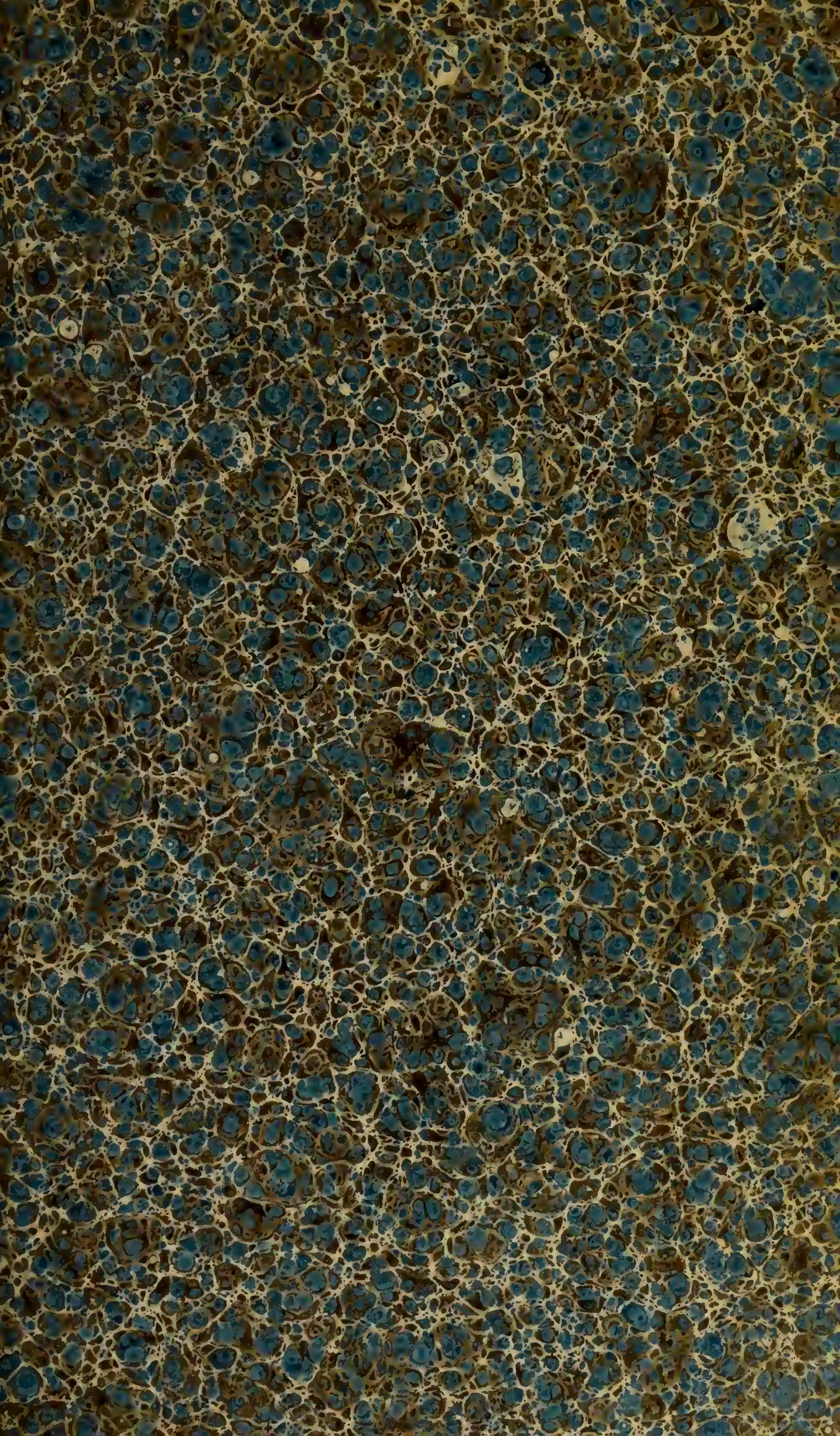






COURS

DE

PHYSIQUE CÉLESTE.

AVEC 29 PLANCHES.

COURS DE PHYSIQUE CÉLESTE,

OU

LEÇONS SUR L'EXPOSITION DU SYSTÊME DU MONDE,

DONNÉES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, EN L'AN DIX.

PAR J. H. HASSENFRATZ,

INSTITUTEUR DE PHYSIQUE.



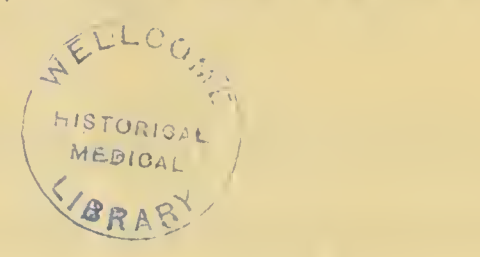
A PARIS,

A LA LIBRAIRIE ÉCONOMIQUE,

rue de la Harpe, n° 117.

DE L'IMPRIMERIE DE GUILLEMINET.

AN XI — 1803.



PRÉFACE.

Depuis la formation de l'École Polytechnique jusqu'à l'an neuf, le Cours de Physique, qui s'y est annuellement donné, a été divisé en cinq parties : 1° Propriétés générales des Corps ; 2° Météorologie ; 3° Électricité et Magnétisme ; 4° Acoustique ; 5° Optique ; et ces connaissances étant enseignées en une seule année, les Élèves étaient obligés de revenir au moins deux fois sur les mêmes objets.

Le Conseil de Perfectionnement de cette École ayant remarqué ce vice dans la distribution du Cours ; considérant d'ailleurs qu'il était difficile, dans une seule année, d'enseigner, avec tous les développemens convenables, tant d'objets réunis, proposa de le diviser en deux parties ; et, comme les Élèves doivent rester au moins deux années dans cette institution, et que l'instruction y est généralement divisée en deux parties, de manière que les Élèves passent successivement de la première division dans la

seconde, le Conseil partagea également le Cours de Physique en deux sections, dont chacune fut destinée à une division; ce qui, en doublant le nombre de leçons de ce Cours, donna la faculté d'y introduire de nouvelles branches d'enseignement.

Le Conseil ayant observé que les Élèves sortaient de l'École Polytechnique sans avoir aucunes connaissances astronomiques, et que cependant cette belle partie des sciences était généralement utile, et devenait en quelque sorte indispensable à ceux qui desirent se livrer, soit à la navigation, soit à toute autre profession dans laquelle l'observation du ciel est nécessaire, proposa d'ajouter cette partie des connaissances humaines au Cours de Physique; et, depuis que cet ordre d'enseignement a été adopté, les Élèves sortent de l'École Polytechnique avec des connaissances à la fois plus étendues et plus approfondies.

Le Cours de Physique céleste ayant été fixé, par le Conseil de Perfectionnement.

à douze leçons, il a fallu le distribuer, de manière à présenter aux Élèves l'ensemble du système du monde, l'exposé des observations astronomiques, et le détail des opérations par lesquelles on les a faites, afin de leur en faciliter l'application dans les différentes circonstances où ils peuvent se trouver.

Les notions astronomiques contenues dans les ouvrages de physique sont généralement trop élémentaires, et souvent trop abrégées : les cours complets d'astronomie, publiés par les savans qui professent cette science, sont trop volumineux; il fallait donc un ouvrage nouveau. L'*Exposition du Système du Monde de Pierre-Simon* La Place a servi de base à l'Enseignement de la Physique Céleste à l'École Polytechnique; et ce choix, dicté par les hommes célèbres qui composent le Conseil de Perfectionnement de cette École, était sanctionné d'avance par la grande réputation dont ce livre jouit dans le monde savant.

Personne, en effet, dans le siècle qui

vient de finir, n'a, autant que ce grand Géomètre, reculé les bornes des connaissances astronomiques. Newton n'avait donné qu'une faible ébauche de l'explication du flux et reflux ; et quelques savans avaient senti la nécessité de revenir sur ce problême : La Place l'a repris entièrement ; et l'accord surprenant des résultats de ses calculs avec l'observation est une des vérifications les plus imposantes de la loi de la pesanteur.

Les grandes inégalités de Saturne et de Jupiter ont beaucoup occupé les Géomètres, vers le milieu du siècle dernier : La Place est le seul qui ait à la fois assigné leur véritable cause et la longueur de leurs périodes.

L'inégalité séculaire de la Lune était considérée comme un phénomène qui s'écartait de la loi de la pesanteur ; La Place lui-même avait d'abord cru qu'il fallait, pour l'expliquer, admettre une nouvelle hypothèse, qui était que l'action de la pesanteur ne se transmet pas instantanément d'un corps céleste à un

autre; mais, ayant examiné de nouveau cette importante question, il en a donné une solution complète; et c'est une des plus belles applications dont la théorie newtonienne soit redevable au siècle dernier.

En général, La Place a donné les moyens de porter l'approximation des mouvemens célestes incomparablement plus loin qu'on ne le faisait avant lui: ainsi, par exemple, de toutes les tables de la Lune, celles qui étaient calculées, d'après la théorie, par les méthodes de Mayer, s'écartaient le moins de l'observation, et cependant elles s'en écartaient en certains points de trente secondes; maintenant, des tables calculées par les méthodes de La Place ne s'en écarteraient au plus que de cinq à six secondes.

La Lune est l'astre qui a le plus occupé les Géomètres; et c'est aussi à perfectionner sa théorie que La Place a le plus constamment dirigé ses travaux. Dernièrement encore, il a déterminé la loi et la cause de deux de ses inégalités, l'une

en longitude et l'autre en latitude, dont la comparaison des observations avait fait soupçonner l'existence; et, comme ces inégalités sont dues à la non sphéricité de la Terre, il les a fait servir à déterminer la mesure de l'aplatissement de cette planète : ce moyen, quelque singulier qu'il paraisse, est cependant préférable à celui des mesures directes du méridien, puisque ces dernières ne peuvent jamais donner que l'aplatissement de l'ellipsoïde osculateur du lieu où elles sont prises.

Enfin, ce Géomètre calculait, par la théorie, la vîtesse de rotation de l'anneau de Saturne, en même temps que Herschel la déterminait par l'observation directe.

Dans son Système du Monde, P. S. La Place a eu pour objet de faire connaître l'état actuel de l'Astronomie; et l'ordre qu'il a suivi a dû être celui dans lequel les découvertes et les observations ont été faites ou publiées; mais on conçoit qu'en prenant cet ouvrage pour base de l'instruction, on pouvait suivre une au-

tre marche, et changer la disposition de ces riches matériaux : cette marche et cette disposition, favorables à un Cours, ont été données par l'expérience. C'est après avoir essayé, à l'École Polytechnique et à l'Athénée de Paris, différentes méthodes d'enseignement, applicables, dans la première institution, à des jeunes gens fort instruits ; et, dans le second établissement, à des gens du monde amis des sciences, que l'on a choisi la méthode adoptée dans ce Cours de Physique Céleste.

Indépendamment de la différence de méthode, il a fallu, pour rendre cet ouvrage élémentaire, y introduire des figures, qui indiquassent la forme, le mouvement des corps célestes, et les opérations faites pour apprécier la cause des divers phénomènes qu'ils nous présentent ; et placer, dans le cours de l'ouvrage, des démonstrations simples de toutes les propositions qui en sont susceptibles. [1]

---

[1] Dans les mots particuliers aux sciences dont l'origine remonte aux siècles les plus reculés, les étymologies ser-

Ce Cours de Physique Céleste n'est donc, à proprement parler, qu'un extrait d'un ouvrage, sur lequel l'opinion du monde savant a devancé le jugement de la postérité : c'est, en quelque sorte, un abrégé du Système du Monde de P. S. La Place, mis dans un ordre propre à l'enseignement, et augmenté de figures et de démonstrations qui le rendent élémentaire : aussi ce grand Géomètre, sous les auspices duquel il a été entrepris, a-t-il bien voulu le revoir ; et c'est assez faire entendre que, s'il est utile, s'il concourt, avec tant d'autres, à l'amélioration de l'instruction publique, et aux progrès des connaissances humaines, c'est à lui que l'on en sera redevable.

---

vent quelquefois de définitions, et contribuent toujours à les éclaircir : en conséquence, l'on a cru devoir placer dans des notes, au bas des pages, l'étymologie de chaque mot de la science, la première fois qu'on l'a employé dans le cours de l'ouvrage.

On a suivi pour les mesures le système décimal, adopté dans l'ouvrage de La Place, c'est-à-dire, la division du quart de cercle en cent degrés, le degré en cent minutes, etc., etc.

COURS
DE
PHYSIQUE CÉLESTE,
OU
LEÇONS SUR L'EXPOSITION
DU SYSTÊME DU MONDE.

PREMIÈRE LEÇON.

DE LA TERRE, DU SOLEIL, DE LA LUNE, ET DE LEURS FORMES APPARENTES.

§. Ier

De la Terre.

1. Lorsqu'un spectateur en repos observe la surface de la terre sur laquelle il est placé, il n'apperçoit qu'un plan dont il ne peut déterminer l'étendue ; s'il se trouve sur les côtes, ce plan paraît être borné par la mer, au-delà de laquelle il ne voit

que la voûte céleste qui l'environne de toutes parts. Telle a été la première observation des hommes, qui ont dû en conclure que la terre est une surface plane ; telle est encore l'opinion des enfans, et même celle d'un grand nombre d'adultes. Il a fallu une suite d'observations et un effort d'esprit particulier pour faire abandonner cette première opinion.

2. Les peuples pasteurs, les nations guerrières et commerçantes, se transportant à de grandes distances sur un même *continent* (1), ont remarqué que des étoiles qu'ils appercevaient sur une partie de ce continent n'étaient plus visibles sur une autre, et que, sur ce dernier point, ils en distinguaient de nouvelles. Comme cette disparition des unes et cette apparition des autres ne pouvaient être produites que par la courbure de la terre, ils en conclurent qu'elle n'était pas plane, comme on l'avait cru d'abord, et que sa surface devait être courbe.

En effet, si un spectateur, placé en A sur la surface B A C, fig. 1ere, apperçoit sur la voûte céleste les *étoiles* (2) B D E F G H I C, il doit toujours les voir sur quelque partie de la ligne B A C qu'il se trouve ; mais si, en se transportant

(1) Continent, vient du latin *cum*, avec, *tenens*, tenant ; il désigne une grande étendue de terre entourée d'eau, et dont toutes les parties tiennent ensemble.

(2) Étoile, vient du latin *stellans*, brillant.

de A en C, les étoiles B D E disparaissent à sa vue, et que de nouvelles K L M les remplacent de l'autre côté, il doit penser que la surface du ciel qu'il apperçoit est celle qu'il doit distinguer lorsqu'il est placé sur le plan F N M, incliné sur le plan B A C. Cependant, puisqu'à mesure qu'il se porte de A vers C, des parties D E F du ciel disparaissent successivement, et sont remplacées par des portions correspondantes K L M, il s'ensuit qu'à chaque déplacement le plan sur lequel il se trouve s'incline de plus en plus, et que le spectateur marche sur une surface courbe que ces plans touchent à chacun des points sur lesquels il passe.

3. Cette première observation fut bientôt confirmée par une autre : on remarqua que les hautes montagnes isolées, vues de loin, ne laissaient d'abord appercevoir que leurs sommets, et qu'en s'en approchant on en découvrait successivement toute la hauteur en descendant jusqu'à la base. C'est particulièrement sur mer, lorsqu'aucun corps n'est interposé entre l'observateur et la montagne, que cet effet est remarquable; et il est facile de voir, par la direction des lignes P S, Q R, qu'il résulte de la courbure de la surface de la terre.

4. Après la découverte de la boussole, lorsque les hommes, au moyen de cet instrument, purent hasarder de s'éloigner des côtes et de parcourir de grandes distances en mer, les navigateurs apportè-

rent non seulement des preuves multipliées de la courbure de la terre, mais encore celles d'une observation qui dut leur paraître aussi importante, et plus étonnante sans doute : ils virent qu'en partant d'un point quelconque U de sa surface, on pouvait revenir au même point, en suivant constamment la même direction U T X V U; ce qui ne pourrait avoir lieu, si la terre n'était pas isolée; et ils en conclurent qu'elle était un solide suspendu dans l'air.

5. Des observations successives ont présenté des développemens des notions suivantes : Tous les individus placés sur la terre y sont comme attachés; tous les corps que l'on tente d'éloigner de sa surface, par le choc ou par tout autre moyen, y retombent; ainsi tout ce qui est sur la surface de la terre pesant vers elle, y est retenu par cette action; et, comme sa forme a dû dépendre de la tendance de toutes les parties qui la composent vers son centre, et que la *sphère* (1) est la seule figure formée par la tendance de tous les corps à un centre, on a supposé que la forme de la terre devait être sphérique.

Nous verrons dans une autre leçon de combien cette figure diffère de celle de la terre, que l'on a déterminée par une suite d'observations exactes.

---

(1) SPHÈRE, vient du grec, Σφαιρα *boule*.

6. On distingue sur la terre des substances de densités différentes : telles sont les terres, les pierres, les métaux, l'eau, et beaucoup d'autres. De hautes montagnes, parmi lesquelles il y en a de massives, et d'autres creusées par l'action des feux souterrains, rendent sa surface raboteuse ; des masses d'eau en recouvrent une partie ; et ces mers ayant des profondeurs inégales, il s'élève de leur fond des sommités et des chaînes de montagnes qui forment des *îles* (1), des *archipels* (2), qui ajoutent encore à l'irrégularité de la surface de la terre.

7. Les mers paraissent assujetties à un mouvement alternatif d'élévation et d'abaissement, nommé *flux* (3) et reflux : ce mouvement, généralement régulier, éprouve des variations dont nous examinerons les lois dans une autre leçon.

8. La surface de la terre est environnée d'air, fluide insensible à la vue et au toucher, mais qui peut se transvaser, se mesurer et se peser : c'est lui qui, par sa résistance, diminue le mouvement des corps, et qui, par son choc, produit des forces que

(1) Ile, vient du latin *insulare*, isoler ; c'est une masse de terre isolée entourée d'eau.

(2) Archipel, vient du grec Αγηοῶηλλαγος, *mer Egée* des anciens, qui est remplie d'îles, aujourd'hui *Archipel ;* c'est une réunion de plusieurs îles.

(3) Flux, vient du latin *fluxus*, coulant.

l'industrie des hommes a su mettre à profit, soit pour la translation des vaisseaux, soit pour la rotation des moulins à vent, etc.

9. Ce fluide éminemment élastique, qui a été nommé *atmosphère* (1), exerce sur la surface de la terre une pression que l'on mesure par le *baromètre* (2), ainsi que nous l'avons exposé dans les leçons qui ont pour objet les phénomènes de l'atmosphère. L'air en petite quantité est incolore, mais en grande masse il envoie de la lumière bleue qu'il reçoit de la lumière solaire; et c'est là ce qui lui donne la couleur bleue plus ou moins intense que nous appercevons. On détermine l'épaisseur de la couche d'air atmosphérique, ou la hauteur de l'atmosphère, par le temps qui s'écoule entre l'apparition du *crépuscule* (3) et celle du soleil : cette méthode, que nous ferons connaître dans nos leçons d'optique, indique que cette hauteur est de 70847,^met.^ 5.

---

(1) ATMOSPHÈRE, vient du grec Ατμος, *vapeur*, Σφαιρα, *boule;* c'est une masse d'air qui environne la terre, et qui en prend la forme.

(2) BAROMÈTRE, vient du grec βαρος, *pesanteur*, Μετρειν, *mesure;* c'est un instrument avec lequel on mesure la pesanteur de l'air.

(3) CRÉPUSCULE, vient du grec Χραιωνον, *incertain*, *douteux;* c'est une clarté incertaine entre le jour et la nuit.

10. L'atmosphère, pesant également de toutes parts sur la terre, doit avoir une forme extérieure peu différente de celle du *globe* (1) qu'elle entoure. Si la vue découvrait au-dessous de l'horizon, on pourrait distinguer cette forme sphérique; mais le spectateur, placé en A, fig. 2, n'apperçoit qu'un *segment* (2) D B C. L'élévation d'un astre F sur l'*horizon* (3), observée au point où le rayon de lumière qu'il nous envoie coupe l'arc D B au point E, c'est-à-dire en deux parties égales, pourrait servir de nouveau moyen pour mesurer le rayon G B du segment apperçu, et avoir la hauteur de l'atmosphère A B par cette méthode. En effet, la hauteur moyenne de l'*astre* (4) F, lorsqu'il coupe l'arc D B en deux parties égales, étant de 26°, la longueur horizontale A D et *verticale* (5) A B sont entre

---

(1) Globe, vient du latin *globus*, boule, pelote; c'est un corps d'une forme ronde comme une boule.

(2) Segment, vient du latin *segmen*, rognure, morceau; c'est une portion de la surface d'un cercle ou d'une sphère.

(3) Horizon, vient du grec Ορίζω, *je borne;* c'est le plan qui borne la vue.

(4) Astre, vient du grec Αστὴρ, *étoile;* c'est un corps brillant placé dans le ciel.

(5) Verticale, vient du latin *vertax*, haut, sommet; c'est la droite qui vient d'en haut, et qui n'est pas plus inclinée d'un côté que d'un autre sur l'horizon.

elles ∷ 3, 25 : 1 ; d'où il suivrait que la hauteur de l'atmosphère serait les $\frac{100}{478}$ du rayon de la terre, conséquemment neuf fois plus considérable que celle que l'on trouve par le temps observé entre le commencement de l'apparence du crépuscule et celle de l'apparition du soleil à l'horizon.

Ce rapport 3, 25 à 1, que nous venons de citer, peut être déterminé, soit par une opération *graphique* (1), soit par l'*analyse.* (2)

La méthode graphique consiste à tracer du point G, comme centre, plusieurs arcs H I, K L, D C, M N, O P *concentriques* (3) à la surface de la terre, couper tous ces arcs par une ligne horizontale Q R et une verticale A S, diviser en deux parties égales les arcs compris entre ces deux lignes, et faire passer une courbe A E T par toutes ces *intersections* (4) ; du point A mener une ligne A F,

---

(1) GRAPHIQUE, vient du grec Γϱαφω, *je décris;* c'est la peinture des objets ou la trace des opérations de l'esprit.

(2) ANALYSE, vient du grec Αναλυσις, *dissolution ;* méthode de résoudre les questions en décomposant les parties qui les composent, et les ramenant ainsi à deux termes égaux.

(3) CONCENTRIQUES, vient du latin *cum,* avec, *centrum,* le centre ; ce sont des figures qui ont un centre commun.

(4) INTERSECTIONS, vient du latin *inter,* entre, *sectio,*

qui fasse, avec l'horizontale Q A, un angle de 26°; le point E d'intersection de cette ligne avec la courbe appartient à l'arc de cercle, qui est divisé en deux parties égales par l'angle de 26°. Si du point G, avec un rayon G E, on décrit l'arc D E B C, cet arc sera celui que l'on cherchait. Comparant la hauteur A B à la longueur A D, on voit, lorsque l'opération a été faite avec exactitude, que le premier est contenu 3, 25 fois dans le second.

Par la méthode du crépuscule, on trouve que la hauteur de l'atmosphère A B est de 70,847 $^{met.}$ lorsque le rayon de la terre G A est de 6,369,374$^{met.}$; d'où il suit que le rapport de la corde A D à la hauteur A B est ∷ 9, 5 : 1. Ainsi, par la méthode du crépuscule, on trouve que le rayon horizontal de la voûte céleste est à son rayon vertical ∷ 9, 5 : 1; et, par l'angle que fait à l'horizon un astre qui coupe l'arc céleste en deux parties égales, on trouve que ce rapport est ∷ 3, 25 : 1. La différence entre ces deux rapports paraît venir de ce que nous ne jugeons pas la courbure de l'atmosphère par l'impression des molécules d'air de la dernière tranche, mais bien par l'action qui résulte de l'ensemble de toutes les molécules qui composent la tranche.

11. Il suit de tout ce que nous venons d'exposer

---

coupure; c'est le point, la ligne, la surface, où se coupent deux lignes, deux plans, deux solides.

que la terre est un corps solide suspendu dans l'air, que sa forme est à peu près sphérique, que les montagnes que l'on remarque à sa surface sont massives ou creuses, que les eaux de la mer qui couvrent en partie la terre ont différentes profondeurs, et sont soumises à un flux et reflux, et que ce globe est environné d'une atmosphère qui y produit divers phénomènes.

12. L'habitant de la terre, portant ses regards vers le ciel, y a d'abord remarqué deux corps ronds et lumineux, auxquels il a donné les noms de *soleil* (1) et de *lune* (2); ensuite, observant un nombre considérable de petits corps également lumineux, il leur a donné des noms particuliers propres à les distinguer les uns des autres.

Nous allons nous occuper des observations qui ont été faites pour déterminer la forme du soleil et celle de la lune, et nous exposerons ensuite celles dont l'objet a été la connaissance des autres corps célestes.

---

(1) Soleil, vient du celtique *sul*, ou du grec Ηελιος, En changeant l'H aspirée en S, et l'*e* en *o*, on prononce *solios*, comme cela se fait quelquefois.

(2) Lune, vient du celtique *llun*, image, parce que le commun des hommes regarde la lune comme une image ou un portrait.

§. II.

Du Soleil.

13. Le soleil est cet astre *radieux* (1) qui répand une lumière brillante ; c'est par elle que la terre et plusieurs corps célestes sont éclairés. Sa présence procure successivement le jour à diverses parties de la terre, et son absence les plonge dans l'obscurité, et produit la nuit.

14. A la vue simple, le soleil a l'apparence d'un cercle dont le diamètre paraît plus grand lorsqu'il est à l'horizon, que lorsqu'il est au-dessus de la tête du spectateur : mais cette différence de grandeur n'est que le résultat d'une illusion produite par la diminution de lumière, qui en effet est moindre en traversant des couches de l'atmosphère d'une épaisseur plus considérable ; car, mesuré exactement avec un instrument propre à ces sortes d'opérations, le diamètre du soleil est le même dans les deux positions. On remarque en outre que, lorsque cet astre est à l'horizon, sa forme est *elliptique* (2), le

---

(1) Radieux, vient du latin *radiosus,* qui jette des rayons.

(2) Elliptique, vient d'*ellipse*, qui vient lui-même du grec Ηλλειψις, *défaut,* parce que l'ellipse est un cercle par défaut.

grand *axe* (1) de l'ellipse est horizontal, et le petit axe vertical, tandis que sa forme est toujours un cercle lorsqu'il est au *zénith* (2) : mais la différence apparente dans la grandeur des deux axes du soleil observé à l'horizon est encore une illusion produite par la *réfraction* (3) que sa lumière éprouve en traversant l'atmosphère. Nous développerons les causes et les effets de cette réfraction dans nos leçons d'*optique*. (4)

15. On appelle *diamètre apparent* (5) d'un astre l'angle qu'il présente au spectateur placé sur la surface de la terre : ainsi l'angle B A C, fig. 3, formé par les deux rayons A B, A C, menés de l'œil du spectateur en A sur le diamètre B C de l'astre, est son diamètre apparent.

---

(1) Axe, vient du grec Ἄξων, *essieu ;* c'est la ligne sur laquelle un corps tourne.

(2) Zénith, vient de l'arabe. Ce mot signifie *voir au-dessus ;* c'est le point du ciel le plus élevé pour un spectateur.

(3) Réfraction, vient du latin *refringere,* briser, enfoncer ; c'est la déviation qu'éprouve un rayon de lumière en passant d'un milieu dans un autre.

(4) Optique, vient du grec Ὄπτεσθαι, *voir ;* c'est la science qui traite de la vision.

(5) Diamètre, vient du grec Διαμετρον, *mesure qui passe par le milieu ;* c'est la droite qui passe par le milieu d'un cercle.

16. Le diamètre apparent du soleil varie dans le cours de l'année ; et l'on a observé que son plus grand diamètre est de 6035″7, son plus petit de 5836″3, et son diamètre moyen de 5936″.

La grandeur apparente du soleil pouvant varier en raison de sa distance du spectateur, quoiqu'en effet sa grandeur réelle ne varie pas, ainsi qu'on le voit par la figure 3, où rien ne contribue à augmenter ou à diminuer cette grandeur, on doit conclure de cette seule observation que la distance du soleil à la terre varie.

17. Lorsqu'on examine le soleil à travers un verre coloré qui, en diminuant l'effet de sa lumière, empêche la forte impression qu'elle produirait sur l'organe de la vue, et qu'on applique ce verre à un *télescope* (1), qui, en grossissant sa surface, laisse appercevoir des objets que l'œil nu ne saurait distinguer, on remarque quelquefois de grosses taches noires qui paraissent adhérer à cette surface, sans cependant rester à la même distance du bord.

Ces taches ont été vues la première fois en 1611, par le P. Scheiner, jésuite, et par Galillée.

18. On a observé que ces taches avaient de plus grandes dimensions lorsqu'elles étaient au centre du soleil en A, fig. 4, et que leurs dimensions dimi-

---

(1) Télescope, vient du grec Τηλη, *de oin*, Σκωπιω, *v oir ;* c'est un instrument pour voir les objets éloignés.

nuaient en approchant des bords, ainsi qu'on le voit en B et en C.

Si la tache se mouvait sur la surface d'un cercle B A C, fig. 5, elle paraîtrait à un spectateur T, placé sur la terre, sous un petit angle lorsqu'elle serait à l'extrémité C, sous un angle plus grand lorsqu'elle serait en B, et sous un angle plus grand encore lorsqu'elle serait au centre A; et, comme les dimensions des taches sur toutes les parties de la surface sont absolument les mêmes que si elles se mouvaient sur un cercle, on a conclu que la surface du soleil, loin d'être un plan, comme elle en a l'apparence, doit être *convexe* (1), et que, cet astre ayant constamment une forme circulaire, et présentant au spectateur des faces différentes de sa surface, sa forme doit être sphérique.

19. Les taches du soleil sont presque toujours comprises dans une *zone* (2) de sa surface, dont la largeur, mesurée sur le *méridien* (3) solaire, ne s'étend pas au-delà de 44 degrés de son *équateur*. (4)

---

(1) Convexe, vient du latin *convexus*, partie extérieure d'une voûte.

(2) Zone, vient du grec Ζωνη, *ceinture;* c'est une section d'un cercle en forme de ceinture.

(3) Méridien, vient du latin *meri*, moitié, *dies*, jour, parce que c'est la ligne sur laquelle le soleil divise le jour en deux parties égales.

(4) Équateur, vient du latin *æquare*, diviser en deux

20. Ces taches ont des formes irrégulières : leur quantité, leur position et leur grandeur, varient beaucoup. Souvent elles sont nombreuses, et fort étendues; presque toutes sont environnées de *pénombres* (1), lesquelles sont renfermées dans des nuages de lumière plus clairs que le reste du soleil; et c'est au milieu de ces pénombres que l'on voit les taches se former et disparaître. « Tout cela, dit « Laplace, indique à la surface de ces énormes « masses de feu de vives effervescences, dont les vol- « cans ne sont que de faibles images. »

21. Si le soleil est un corps sphérique, les parties de sa surface A B, C D, E F, fig. 6, vues par un spectateur placé sur la terre en T, doivent paraître d'autant plus grandes sous des angles égaux A T B, C T D, E T F, qu'on les observe plus près des bords, et d'autant plus petites, qu'on les voit plus près du centre; d'où il suit que les rayons de lumière envoyés des différens points de la surface apparente, et sous un même angle, doivent partir d'un espace d'autant plus étendu, qu'ils sont plus près de la circonférence : donc les bords du soleil doivent envoyer plus de lumière que le centre.

---

parties égales, parce que l'équateur divise le ciel et la terre en deux parties égales.

(1) Pénombre, vient du latin *pene*, presque, *umbra*, qui ne reçoit pas de lumière; c'est une partie qui reçoit peu de lumière, et qui est presque ombrée.

Bouguer s'est assuré, par des expériences délicates, que la lumière des bords du soleil est moins forte que celle du centre; ce qui ne peut s'expliquer qu'en supposant le soleil environné d'une épaisse atmosphère G I K L M, qui est traversée obliquement par les rayons émanés des bords, lesquels sont plus affaiblis que ceux du centre, parce que, sur les bords, ils sont obligés de traverser une plus grande masse A M L B de cette atmosphère que celle qu'ils traverseraient au centre C K I D dans une direction *perpendiculaire* (1) : ainsi ce phénomène indique avec beaucoup de vraisemblance qu'il y a une atmosphère solaire.

22. Il suit de ces observations que le soleil est un corps sphérique qui nous envoie des rayons de lumière; qu'il est environné d'une épaisse atmosphère qui en intercepte une partie; qu'il est probable qu'il se forme à sa surface de vives effervescences; enfin que cet astre est situé, à diverses époques, à des distances différentes de la terre.

---

(1) PERPENDICULAIRE, vient du latin *perpendicularis;* droite qui est tellement placée sur une droite ou sur un plan, qu'elle n'est pas plus inclinée d'un côté que d'un autre.

§. III.

De la Lune.

23. La lune est, après le soleil, le corps céleste qui fixe le plus nos regards. Cet astre, qui paraît sous des formes lumineuses variées, supplée en partie la nuit, lorsqu'il est élevé sur l'horizon, à l'absence du soleil.

24. La lune a toujours la forme d'un cercle; mais ce cercle est diversement éclairé. On appelle *phases* (1) les différentes apparences sous lesquelles les *planètes* (2) paraissent éclairées. La lune se montre d'abord entièrement obscure A, fig. 7; ensuite on observe un filet de lumière sur le bord *oriental* (3) en B, qui augmente successivement, comme en C et D, jusqu'à ce qu'elle soit entièrement éclairée E : alors cette clarté décroît, en commençant par le bord oriental F; et la portion obscure augmente graduellement, jusqu'à ce que cet astre ne

---

(1) Phases, vient du grec Φασις, *apparition*; ce sont les portions apparentes de la lune.

(2) Planètes, vient du grec Πλανηται, *errantes*; ce sont des étoiles errantes.

(3) Oriental, vient du latin *oriens*, qui se lève; c'est le côté où les astres commencent à paraître, et sont supposés se lever.

présente plus aucune partie éclairée. On donne le nom de nouvelle lune à cet astre, lorsqu'il est obscur A ; on dit qu'elle est dans son premier quartier, lorsque sa moitié orientale est éclairée C ; on l'appelle pleine lune quand toute sa surface est éclairée E, et son dernier quartier est celui où sa moitié *occidentale* (1) envoie de la lumière.

25. Comme la partie éclairée de cet astre est toujours celle qui est tournée du côté du soleil, et que la lumière de la lune disparaît lorsqu'un corps, comme la terre, s'interpose entre elle et le soleil, il s'ensuit que sa clarté lui vient de la lumière solaire qu'elle réfléchit vers la terre.

En effet, si l'on suppose que la lune prend successivement les positions A, B, C, D, E, F, G, H, fig. 8, autour d'un spectateur placé sur la terre en T, le soleil étant éloigné des deux astres et placé en S, on voit que, dans toutes ses positions, la lune aura une de ses moitiés éclairée par le soleil, et l'autre dans l'*ombre* (2) : mais la partie éclairée et la partie obscure étant, dans chaque position, situées diversement par rapport au spectateur, celui-ci verra des proportions différentes de sa surface éclairées ; ainsi,

---

(1) Occidental, vient du latin *occidens*, qui se couche ; c'est le côté où les astres disparaissent, et sont supposés se coucher.

(2) Ombre, vient du latin *umbra*, qui n'est pas éclairé.

en A, la lune lui paraîtra entièrement obscure *a*; en B, il la verra ayant un commencement de clarté à sa partie orientale *b*; en C, il appercevra sa moitié orientale éclairée *c*; en D, elle n'aura plus pour lui qu'une petite portion occidentale dans l'obscurité *d*; en E, il la verra entièrement éclairée *e*; en F, une petite partie orientale sera dans l'obscurité *f*; en G, la moitié occidentale sera éclairée *g*; enfin, en H, une petite partie occidentale lui paraîtra seule éclairée *h*.

La nouvelle lune a toujours lieu lorsque cet astre se lève et se couche avec le soleil, c'est-à-dire lorsque la lune est placée entre le soleil et la terre. Dans la pleine lune, le soleil se lève lorsque la lune se couche, et réciproquement; ainsi la terre est alors entre le soleil et la lune : enfin, dans le premier et le dernier quartier, le soleil se lève et se couche lorsque la lune est perpendiculaire au spectateur, et réciproquement.

26. On appelle *éclipse* (1) la privation de lumière qu'un corps éprouve par l'interposition d'un autre corps; ainsi, lorsque la lune L, fig. 9, se trouve interposée entre le soleil et la terre, elle projette sur cette dernière une ombre A B C, et l'on sent qu'alors le soleil n'est visible pour aucun des spectateurs placés sur cette surface obscure : là il y a *éclipse to-*

---

(1) ÉCLIPSE, vient du grec Εκλειπω, *défaillir*, cacher.

tale de soleil; mais, sur tout autre point de la terre, entre A et F ou entre C et G, on apperçoit des parties du soleil H I ou K M : il n'y a donc pour les spectateurs placés sur ces divers points qu'une portion de cet astre d'éclipsée; et c'est ce qu'on nomme *éclipse partielle de soleil.*

Lorsque la terre T, fig. 10, est interposée entre la lune L et le soleil S, la lune, qui était auparavant éclairée par ses rayons, et que l'on pouvait appercevoir de l'hémisphère terrestre M N O P, se trouve, par l'interposition de la terre, entièrement privée de la lumière solaire, et il y a *éclipse de lune :* cette éclipse est *totale,* si la lune est toute entière dans le cône d'ombre projeté par la terre ; elle n'est que *partielle,* s'il n'y a qu'une portion de cet astre dans ce cône d'ombre.

27. La grandeur de la lune ou son diamètre apparent varie comme celui du soleil : son plus petit angle est de 5438″, son plus grand de 6207″, et sa grandeur moyenne de 5823″ ; d'où il suit que cet astre s'offre à nous à des distances différentes.

28. En examinant la lune avec un instrument grossissant, on observe que sa surface est recouverte de points diversement éclairés, et tels qu'on les a représentés fig. 11. Cette surface paraît d'ailleurs convexe ; ce qui porte à croire que la forme de cet astre approche de celle de la sphère : cette opinion pourrait encore se déduire de l'observation qu'on a

faite de la manière dont sa partie éclairée se termine sur sa partie obscure, cette courbe étant alors une ellipse. Mais on démontre cette sphéricité par la loi de la variation de ses phases, dont la largeur croît, à très-peu près, proportionnellement au sinus verse de la distance angulaire de la lune au soleil.

29. En observant avec attention la courbe extérieure de la portion de la lune éclairée par le soleil, on y distingue des espèces de dentelures: la ligne qui sépare, sur la surface de la lune, la partie éclairée de celle qui est obscure, présente également diverses découpures: ces apparences ont fait soupçonner que cet astre était recouvert, comme notre globe, par de très-hautes montagnes, et ces soupçons ont été confirmés par l'observation suivie qu'on a faite des taches éclairées. Après avoir remarqué qu'elles étaient accompagnées d'espaces obscurs placés dans les directions opposées à celle du soleil, on s'est assuré que ces taches obscures changeaient de place autour de celles qui étaient éclairées, de même que le font les ombres portées lorsqu'on change la position du corps éclairant; l'on a observé aussi que l'intensité de la lumière des taches éclairées variait. La surface lunaire paraît même offrir des traces d'éruptions volcaniques; enfin la formation de nouvelles taches et des étincelles observées plusieurs fois dans la partie obscure semblent y indiquer des volcans en activité.

De la proportion des dentelures observées sur le

disque lunaire, des découpures et des points éclairés que l'on voit sur la ligne qui sépare la partie obscure de la portion éclairée, de la longueur des ombres projetées, *Herschel* a conclu que la plus grande hauteur des montagnes de la lune est de 3000 mètres.

30. Les taches principales et le plus grand nombre de celles observées sur la lune dans les différentes phases sont toujours les mêmes, c'est-à-dire qu'elles gardent constamment leurs places; ainsi, lorsqu'on les observe bien dans la pleine lune, on voit, immédiatement après la nouvelle, toutes celles qu'on avait observées sur le bord oriental de la pleine lune; et, dans son déclin, on revoit toutes celles qu'on avait remarquées sur son bord occidental; d'où l'on peut conclure que ces taches conservent leurs positions respectives, telles qu'on les a tracées en A, B, C, D, E, F, G et H, fig. 7.

31. Cependant une observation suivie du disque lunaire fait appercevoir de légers changemens dans ses apparences : les taches que l'on a remarquées s'approchent et s'éloignent alternativement des bords du disque, sans quitter leurs positions respectives. Celles de ces taches qui sont très-voisines de la circonférence disparaissent et reparaissent successivement, en faisant des oscillations périodiques, et cette variation a été désignée sous le nom de *libration de la lune*. (1)

---

(1) Libration, vient du latin *librare*, balancer; c'est un phénomène produit par un balancement.

32. Lorsque la lune est nouvelle, ou fort près de cette phase, la partie de sa surface qui n'est pas éclairée par la lumière solaire a cependant une faible clarté, que l'on nomme *lumière cendrée*, et qui n'est due qu'à la lumière que l'hémisphère terrestre éclairé par le soleil, réfléchit vers la lune.

33. Quand la lune n'a qu'une petite portion de son disque éclairée, cette portion ABC, fig 12, semble appartenir à un cercle d'un diamètre plus grand que celui de la partie obscure DEFG : ce phénomène dépend de l'*irradiation* (1) de la lumière qui fait paraître les corps lumineux d'autant plus grands, que leur lumière est plus vive.

34. L'observation ayant appris que la terre et le soleil ont une atmosphère, on a été conduit à chercher si la lune en avait une : mais, quelque soin qu'on ait mis dans les observations qui ont eu cette découverte pour objet, on n'a pu en reconnaître; et l'on est d'autant plus porté à croire que cet astre n'en a pas, que la réfraction que cette asmosphère produirait, si elle existait, serait principalement sensible pendant la durée des éclipses de soleil et les *occultations* (2) des *étoiles* par la lune. En effet, si cet astre L, fig. 13, était environné d'une atmosphère

---

(1) Irradiation, vient du latin *irradiare*, éclairer de ses rayons; débordement de lumière produit par la vivacité des rayons lumineux.

(2) Occultation, vient du latin *occultus*, caché.

DEFGPNMO, les rayons de lumière Q *f*, R *l*, seraient réfractés dans cette atmosphère en s'approchant de la lune, et interceptés par cet astre, de manière que, dans son mouvement, l'étoile serait cachée par la lune pendant tout le temps qu'elle mettrait à parcourir l'angle φ T λ formé par les rayons φ T, λ T, parallèles à Q *f* et R *l*, dans lequel le rayon est intercepté; mais si cet astre n'a pas d'atmosphère, le rayon envoyé par l'étoile ne peut être intercepté qu'au moment où la lune se trouve dans la direction T H, T N, et la durée de l'occultation de l'étoile sera égale à celle que cet astre mettra à parcourir l'angle H T N que forme son diamètre : ainsi la durée de l'occultation des étoiles serait beaucoup plus courte que le temps que la lune met à parcourir son diamètre, si cet astre était environné d'une atmosphère. Les observations les plus précises n'ayant donné qu'une différence de 5″ entre le temps que la lune met à parcourir son diamètre et celui de l'occultation d'une étoile par cet astre, tandis que, sur la surface de la terre, l'action de la réfraction causerait un effet mille fois plus grand, il s'ensuit que, si l'atmosphère de la lune existait, elle serait d'une rareté plus grande que celle du vide que l'on obtient dans les meilleures machines *pneumatiques*. (1)

(1) PNEUMATIQUE, vient du grec πνευμα, *souffle* :

Comme les liquides n'existeraient pas sur la surface de la terre sans la pression de l'atmosphère, la non-existence d'une atmosphère lunaire annonce que tout est solide à la surface de cet astre, et que les animaux terrestres ne pourraient ni respirer ni vivre sur cette planète.

35. Il suit de ces observations sur la lune que la forme de cet astre est très-rapprochée de celle de la sphère; que la lumière qu'elle réfléchit sur la terre lui vient du soleil; que ses phases proviennent de ses différentes positions à l'égard du soleil et de la terre, et aussi de celles du soleil à son égard; qu'elle a une légère libration; que sa surface est hérissée de montagnes, dont les plus hautes peuvent avoir 3000 mètres; que probablement plusieurs de ces montagnes sont des volcans en activité; qu'il n'existe point d'atmosphère appréciable autour de cette planète, et que conséquemment elle ne doit contenir ni liquides, ni animaux semblables à ceux qui habitent la terre.

---

les machines pneumatiques aspirent l'air (le souffle) contenu dans les vases.

IIe LEÇON.

DES ÉTOILES, DES PLANÈTES, DES COMÈTES, ET DES FORMES APPARENTES DE CES CORPS CÉLESTES.

§. IV.

Des Étoiles.

36. LORSQUE, pendant une belle nuit d'été, et dans un instant où la lune n'envoie point de lumière sur l'horizon, on observe le ciel pur et sans nuages, on le voit tapissé d'une multitude de points brillans, auxquels on a donné le nom d'étoiles.

37. Ces corps célestes, observés attentivement et pendant une suite de nuits, paraissent avoir tous des situations constantes les uns par rapport aux autres, et conservent toujours le même ordre, le même arrangement entre eux aux yeux de plusieurs spectateurs placés sur divers points de la terre.

Ces étoiles, immuables dans leurs situations respectives, se nomment *étoiles fixes*.

38. Pour s'assurer de leur invariabilité de position, on a pris leurs distances apparentes, ainsi que

leurs directions, que l'on a rapportées sur une portion de sphère dans l'ordre qu'elles ont, ou bien on les a projetées sur un plan.

La sphère sur laquelle on trace la position respective des étoiles dans le ciel se nomme *sphère céleste.* Nous indiquerons dans la prochaine leçon les méthodes qu'on a employées pour déterminer la position des étoiles.

39. Comme ces corps célestes présentent au premier aspect un amas confus de points brillans, et qu'il serait difficile de retrouver leur position si on n'indiquait des limites dans lesquelles se trouvent placés ceux qu'on veut reconnaître, on a considéré chaque réunion d'étoiles comme renfermée dans un espace particulier, et circonscrit par un contour déterminé; et, afin de distinguer facilement ces contours les uns des autres, on leur a donné les formes de personnages fameux et d'objets connus, telles que celles d'animaux, de fleuves, d'instrumens d'un usage habituel. Chacune de ces réunions d'étoiles, qui représente par le contour qui les enveloppe une figure, a été nommée *constellation* (1) : c'est ainsi que l'on a formé la constellation de la *grande Ourse*, fig. 14, et toutes celles que l'on a tracées sur les projections de la sphère céleste, fig. 15.

---

(1) CONSTELLATION, vient du latin *cum*, avec, *stella*, étoile; c'est une réunion d'étoiles.

40. Parmi les nombreuses constellations que l'on a tracées, on en distingue soixante-dix-sept principales.

Trente au nord : La grande Ourse, la petite Ourse, le Dragon, Céphée, le Bouvier, la Couronne boréale, Hercule, la Lyre, le Cygne, Cassiopée, Persée, Andromède, le Triangle, le Cocher, Pégase, le petit Cheval, le Dauphin, la Flèche, l'Aigle, le Serpentaire, le Serpent, la Chevelure de Bérénice, la Giraffe, le Renard, le petit Lion, la Mouche, le Lézard, le Bouclier, le petit Triangle, Cerbère.

Douze au milieu, qui forment les signes du *zodiaque* (1) dont nous parlerons dans la prochaine leçon, et qui sont : Le Belier, le Taureau, les Gémeaux, l'Écrevisse, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion, le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau et les Poissons.

Trente-cinq au midi : Antinoüs, la Baleine, l'Éridan, le Lièvre, Orion, le grand Chien, le petit Chien, le Navire Argos, l'Hydre, la Coupe, le Corbeau, le Centaure, le Loup, l'Autel, la Couronne australe, le Poisson austral, le Phénix, la Grue, le Paon, l'Indien, l'Oiseau de Paradis, le

---

(1) Zodiaque, vient du grec Ζῶον, *animal*, parce que le plus grand nombre des constellations du zodiaque est formé de figures d'animaux.

Triangle austral, la Mouche, le Caméléon, le Poisson volant, le Toucan, l'Hydre mâle, la Dorade, le grand Nuage, le petit Nuage, la Colombe de Noé, la Licorne, le Rhombe, le Coq, le Sextant.

41. On divise les étoiles fixes en douze classes, en raison de leur éclat; et on les nomme, en conséquence, étoiles de première, de seconde grandeur, et ainsi de même jusqu'à la douzième. Celles des six premières classes se distinguent facilement à la vue simple; ce sont les seules que les anciens aient connues : les autres exigent une grande habitude d'observer, ou ne peuvent être apperçues qu'avec des instrumens grossissant. Celles des onzième et douzième grandeurs ne peuvent être distinguées qu'à l'aide de fortes lunettes; aussi les nomme-t-on *étoiles télescopiques*. On désigne les étoiles de chaque classe sur les sphères célestes par le nombre et l'arrangement des points radieux qui les environnent 1, 2, 3, 4, 5, 6, fig. 16.

42. On compte vingt-quatre étoiles de première grandeur; cinq au nord : La Chèvre, *Arcturus* du Bouvier, *Altair* de l'Aigle, Véga de la Lyre, α de la Queue du Cygne; sept au milieu : *Aldébaran* du Taureau, α des Gémeaux, *Régulus* du Lion, Ω de la Queue du Lion, l'*Épi* de la Vierge, *Antares* du Scorpion, *Fomahand* du Verseau; et douze au sud : *Rigel* d'Orion, α de l'Épaule d'Orion, le Cœur de l'Hydre, *Sirius* du grand Chien,

Procion du petit Chien, *Acarnar* de l'Éridan, *Canopus* du Navire Argos, ϑ du Navire Argos, le Pied du Centaure, la Jambe du Centaure, le Pied de la Croix, l'Œil du Paon : les sept dernières ne sont pas visibles sur notre horizon.

43. En continuant avec attention l'observation des étoiles, et comparant leurs positions à celles qu'on avait tracées sur la sphère, on a remarqué que quelques-unes changeaient de place, parcouraient un certain espace du ciel, et revenaient périodiquement à peu près aux mêmes positions : ce sont ces étoiles errantes qu'on appelle des *planètes*. On en distingue six, auxquelles on a donné les noms de *Mercure* (1), *Vénus* (2), *Mars* (3), *Jupiter* (4), *Saturne* (5) et *Uranus* (6). Nous ferons connaître séparément les apparences, la forme et la grandeur de chacune de ces planètes.

44. Quelquefois on apperçoit subitement dans le

---

(1) MERCURE, vient du latin *Mercurius*, messager des dieux.

(2) VÉNUS, vient du latin *Venus*, déesse de la beauté.

(3) MARS, vient du latin *Mars*, dieu de la guerre.

(4) JUPITER, vient du latin *Jovis*, dieu de l'air.

(5) SATURNE, vient du latin *Saturnus*, père de Jupiter.

(6) URANUS, vient du grec Ουρανος, *le Ciel*, père de Saturne.

ciel des étoiles accompagnées de nébulosités, qui, en croissant, se terminent quelquefois en une queue d'une grande étendue, dont la matière est fort rare, puisque l'on apperçoit des étoiles à travers. Ces corps lumineux, d'abord très-petits, augmentent en grandeur et en clarté ; ensuite décroissent dans un rapport à peu près semblable, et disparaissent enfin après avoir parcouru un certain espace : ces corps célestes ont été appelés *comètes.* (1)

45. On remarque sur la voûte céleste, qui est d'une couleur bleue plus ou moins foncée, un espace assez considérable, de forme irrégulière, qui entoure le ciel comme une espèce de ceinture, et qui se fait distinguer par une lumière blanche : c'est ce qu'on nomme la *voie lactée* (2). Lorsqu'on l'observe avec un télescope, on y découvre un si grand nombre de petites étoiles, qu'il est probable que cette voie lumineuse n'est que la réunion de ces étoiles assez rapprochées pour produire cette lumière blanche.

46. On observe aussi dans le ciel plusieurs places blanches qui paraissent de même nature que la voie *lactée :* plusieurs d'entre elles, vues au télescope,

---

(1) COMÈTES, vient du grec κομητης, *chevelure,* parce qu'elles sont ordinairement accompagnées d'une longue chevelure.

(2) VOIE LACTÉE, vient du latin *via,* chemin, *lactea,* de lait, parce que cette zone ressemble à un chemin laiteux.

offrent également la réunion d'un grand nombre d'étoiles ; d'autres ne présentent qu'une lumière blanche et continue, peut-être à cause de la grande distance, qui ne permet pas de distinguer les étoiles qui la produisent. Ces places blanches se nomment *nébuleuses*. (1)

La fig. 17 représente la nébuleuse d'Orion telle qu'elle a été observée par Méchain, et la fig. 18 offre l'assemblage des étoiles dont on pense que cette nébuleuse est formée.

47. Plusieurs étoiles offrant des variations périodiques dans l'intensité de leur lumière, on les a nommées *changeantes ;* quelques autres se montrent tout à coup, et disparaissent entièrement après avoir brillé du plus vif éclat : telle fut la fameuse étoile observée en 1572 dans la constellation de Cassiopée, et qui disparut sans changer de place après seize mois d'apparition.

48. L'intensité plus ou moins grande de lumière de plusieurs étoiles, observée périodiquement, peut être expliquée, dit Laplace, par des taches très-étendues que les étoiles nous présentent périodiquement en tournant sur elles-mêmes à peu près comme le dernier satellite de Saturne, et par l'interposition de

---

(1) Nébuleuse, vient du latin *nebulosus*, couvert de brouillards, parce que ces étoiles semblent être environnées de brouillards.

grands corps opaques qui circulent autour d'elles. Quant à la disparition des étoiles qui ont brillé pendant quelque temps d'une lumière vive, on peut l'expliquer par de grands incendies à leurs surfaces, lesquels ont été occasionnés par des causes extraordinaires. « Ce soupçon, dit encore ce savant, peut être « confirmé par le changement de leur couleur, analogue à celui que nous offrent sur la terre les corps « que nous voyons s'enflammer et s'éteindre. »

49. Il résulte de ces observations que les astres que l'on apperçoit dans le ciel peuvent être divisés en quatre classes ; 1° étoiles fixes, 2° planètes, 3° comètes, 4° nébuleuses ; que les étoiles fixes peuvent changer d'intensité de lumière par des taches très-étendues sur leur surface, ou par l'interposition de grands corps, et qu'il en est qui apparaissent et disparaissent lorsque les incendies qui produisent la lumière vive dont elles brillent viennent à cesser.

DES PLANÈTES.

§. V.

De Mercure.

50. Mercure, observé à la vue simple, est un astre de moyenne grandeur, dont l'éclat est extrêmement variable. On l'apperçoit toujours très-près du soleil ; souvent même ce dernier le cache, ou du

moins en est si rapproché, que sa lumière, affaiblie par le vif éclat du soleil, ne peut plus être distinguée.

51. Cette planète, observée au télescope, présente des phases analogues à celles de la lune, et relatives à la position du soleil; ce qui prouve qu'elle est sphérique, et que c'est de cet astre qu'elle emprunte sa lumière.

52. Le diamètre de mercure éprouve aussi de grandes variations : sa grandeur moyenne est de 21″ 3.

La grande proximité où cet astre se trouve du soleil nuit beaucoup aux observations, et a empêché jusqu'à présent d'avoir d'autres détails.

53. Ainsi mercure est une planète de forme sphérique; il emprunte sa lumière du soleil, et sa distance à la terre éprouve de grandes variations.

§. VI.

De Vénus.

54. Vénus est cette étoile brillante qui devance le lever du soleil, ou qui le suit à son coucher : c'est cette planète que les habitans des campagnes désignent sous les noms d'étoile du berger, étoile du matin, et étoile du soir.

55. Vénus accompagne le soleil, et se perd quel-

quefois dans ses rayons, comme mercure; vue au télescope, elle a des phases A, B, C, D, E, F, G, H, fig. 18, et elles sont beaucoup plus sensibles que celles de mercure. Ces phases, qui viennent de sa position à l'égard du soleil, prouvent qu'elle est éclairée par cet astre; et la courbe, qui sépare la portion éclairée de celle qui est obscure, annonce que sa forme est très-voisine de celle de la sphère.

56. De l'observation suivie qu'on a faite sur les variations des cornes de vénus, et des points lumineux que l'on remarque vers les bords de sa partie non éclairée A B C D, fig. 19, Schroeter a conclu qu'il existait à sa surface de très-hautes montagnes, dont la plus grande élévation pouvait être portée à 40,000 mètres; et, en observant la loi de dégradation qu'éprouve sa lumière dans le passage de sa partie obscure à celle qui est éclairée, il a jugé que cette planète est environnée d'une atmosphère étendue, dont la force réfractive est peu différente de celle de l'atmosphère terrestre.

57. Le diamètre apparent de vénus présente de grandes inégalités; ce qui prouve que sa distance à la terre est très-variable. Son plus grand diamètre est de 177″, et sa grandeur moyenne de 51″ 54.

58. Ces observations annoncent que vénus est à peu près sphérique; que la lumière qu'elle envoie sur la terre lui vient du soleil; que ses phases ressemblent à celles de la lune; que de hautes montagnes

s'élèvent à sa surface; qu'elle est environnée d'une atmosphère considérable, et qu'elle se meut à des distances très-variables de la terre.

§. VII.

De Mars.

59. A la vue simple, cette planète a l'apparence d'une petite étoile rougeâtre qui n'envoie qu'une lumière faible; observée au télescope, c'est un corps dont la forme éprouve quelque variation, et de circulaire devient elliptique, et réciproquement, (A, B, C, fig. 20) suivant sa position relativement au soleil : d'où l'on conclut que mars emprunte sa lumière de cet astre, et que sa forme est à peu près sphérique.

60. On remarque quelquefois sur la surface de cette planète des taches dont les formes sont très-variées. Les figures A, B, C, (fig. 20) représentent plusieurs de ces taches observées à différentes époques; mais les observations les plus délicates n'ont pu encore apprendre si elle est environnée d'une atmosphère.

61. La grandeur apparente de mars varie beaucoup; elle est d'environ 30″ dans son état moyen, et de 90″ dans son maximum : ainsi cette planète se porte à des distances très-différentes de nous.

62. Il résulte de ce que nous venons d'exposer que mars est une planète opaque, à peu près sphérique, éclairée par la lumière qu'elle reçoit du soleil; sur laquelle on apperçoit des taches de diverses formes; qui présente un diamètre très-variable de grandeur, en raison de son éloignement, et dont l'atmosphère, si elle existe, n'a pu encore être distinguée.

§. VIII.

De Jupiter.

63. Cette planète se présente sous l'apparence d'une étoile de la première grandeur, dont le vif éclat surpasse quelquefois celui de vénus.

64. Au moyen d'un bon télescope, on remarque à la surface de jupiter plusieurs bandes obscures sensiblement parallèles entre elles, fig. 21; on y observe aussi d'autres taches, dont quelques-unes, par leurs variations et les différences sensibles qu'on remarque dans la durée de leurs mouvemens, donnent lieu de croire que ces taches ne sont point adhérentes à la surface de la planète, et peuvent être considérées comme autant de nuages que les vents transportent avec des vîtesses différentes dans une atmosphère agitée.

65. La forme apparente de jupiter est celle d'une ellipse, dont le rapport des deux axes, déterminé

par des méthodes précises, est, à très-peu près, comme 13 est à 14. Son plus grand diamètre est de 149″, et sa grandeur moyenne de 120″; ainsi cette planète se meut à différentes distances de la terre.

66. On observe autour de jupiter quatre petits corps qui l'accompagnent sans cesse, A, B, C, D, fig. 22, et que l'on appelle en conséquence des *satellites* (1): on les désigne par premier A, second B, troisième C, et quatrième D, en raison de leur proximité à la planète; et, comme on remarque toujours que les satellites disparaissent du côté du disque de jupiter J, opposé au soleil S, et par conséquent du même côté que le cône d'ombre que la planète projette sur A et B (même figure); comme on voit même quelquefois ces satellites passer sur le disque éclairé de jupiter, et y projeter des ombres, on a conclu que cette planète et ses satellites sont des corps opaques éclairés par le soleil, et qu'en s'interposant entre cet astre et jupiter, les satellites forment sur ce dernier de véritables éclipses de soleil, semblables à celles que la lune produit sur la terre; de même, lorqu'ils passent dans le cône d'ombre projeté par jupiter, il y a des éclipses de satellites semblables à celles de lune.

---

(1) SATELLITE, vient du latin *satellites*, gardes d'un prince, parce que les satellites accompagnent toujours les planètes.

67. On n'a pu mesurer exactement la grosseur des satellites de jupiter, parce que leur diamètre est insensible: on a essayé de l'apprécier par le temps qu'ils emploient à traverser l'ombre de la planète, mais les observations qu'on a faites offrent de grandes différences produites par la variété dans la force des lunettes et la vue des observateurs, dans l'état de l'atmosphère, dans la hauteur des satellites au-dessus de l'horizon, leurs distances apparentes de la planète, et la diversité des hémisphères qu'ils nous présentent.

68. Ces satellites brillent d'une lumière plus ou moins vive, suivant leurs positions : ces passages *périodiques* (1) d'une clarté vive à une faible lumière que l'on observe à l'égard de chaque satellite ont porté à conclure que ces corps célestes nous présentent, en divers temps, des faces différentes; et, comme les projections de chacune de leurs faces sont circulaires, on a pensé que leur forme approche de celle de la sphère.

69. Il suit de ce qui précède que jupiter est une planète de forme éllipsoïde, dont le rapport des diamètres est :: 14 : 13; que sa lumière lui vient du soleil; qu'il est environné de quatre satellites à peu

---

(1) PÉRIODIQUE, vient du grec Περι, *autour*, Οδος, *chemin*; c'est le retour continuel d'une même chose à des époques constantes.

près sphériques, lesquels sont éclairés par la lumière du soleil et celle que réfléchit leur planète; que ces satellites s'éclipsent toutes les fois qu'ils passent dans le cône d'ombre projeté dans le prolongement du *rayon vecteur* (1) mené du centre du soleil à celui de jupiter; qu'enfin cette planète se meut à diverses distances de nous.

§. IX.

De Saturne.

70. Saturne a l'apparence d'une étoile dont la lumière a peu d'intensité, et dont la couleur est plombée.

71. Vue au télescope, cette planète présente un phénomène unique dans le système du monde : on la voit presque toujours au milieu de deux petits corps dont la grandeur et la figure sont très-variables (fig. 23, 24 et 25), et qui semblent adhérer à sa surface; quelquefois ils disparaissent, alors elle paraît ovale, fig. 26, et son petit diamètre a un onzième de moins que l'autre.

72. En observant avec soin ces singulières apparences, Huyghens a reconnu qu'elles sont produites par un anneau, mince et large, qui environne la pla-

---

(1) VECTEUR, vient du latin *vehere*, transporter; *le rayon vecteur* est la droite qui va du centre d'un astre au centre de celui autour duquel il se meut.

nète, et en est séparé de toutes parts : il se présente ordinairement sous la forme d'une éllipse dont la largeur, lorsqu'elle est la plus grande, est à peu près la moitié de sa longueur, et dont le petit axe, dans cette position, déborde le disque de la planète. Quelquefois l'éllipse se rétrécit au point de n'offrir qu'une seule ligne, fig. 27 ; quelquefois même elle disparaît entièrement, fig. 26, mais son ombre, projetée sur le disque de saturne, y forme une bande obscure que l'on distingue avec de fortes lunettes, et qui prouve que cette planète et son anneau sont des corps opaques éclairés par le soleil.

73. En représentant par la fig. 28 diverses positions de saturne, A, B, C, D, relativement au soleil S, et à la terre T, on conçoit que l'anneau doit disparaître pour nous lorsque la ligne menée de l'œil du spectateur T au centre de la planète C se trouve dans le plan de l'anneau ; il n'est pas apparent non plus lorsque ce plan est dans la direction du rayon vecteur du soleil S A; enfin il ne peut l'être ni dans la position B, ni dans toute autre entre C et A, attendu que, dans toutes ces situations, le plan de l'anneau coupe l'angle que forme la ligne menée de l'œil du spectateur, placé en T, et le rayon vecteur du soleil S, et qu'alors il n'a d'éclairé que la face opposée à celle qu'il nous présente, tandis que, dans toutes les positions autres que celles-ci, la lumière frappant le côté que l'anneau nous présente, comme en

D, est réfléchie en assez grande quantité pour être distinguée.

74. Quoique l'anneau ne réfléchisse, par son épaisseur, qu'une trop petite quantité de lumière pour qu'elle soit sensible, on peut cependant l'appercevoir en augmentant la force des télescopes; c'est pourquoi, pendant la dernière disparition, cet anneau n'a cessé d'être vu par Herschel.

75. La largeur apparente de cet anneau est à peu près égale à sa distance de la surface de saturne : l'une et l'autre paraissent être égales au tiers du diamètre de cette planète; mais le diamètre de saturne doit nous paraître plus grand qu'il n'est en effet, à cause de l'irradiation de sa lumière.

76. La surface de l'anneau de saturne n'est point continue, une bande obscure, qui lui est concentrique, la sépare en deux parties, et paraît former deux anneaux distincts. Plusieurs bandes noires, apperçues par quelques observateurs, semblent même indiquer un plus grand nombre d'anneaux.

77. Herschel a remarqué sur la surface de cette planète cinq bandes parallèles à son grand diamètre, ainsi qu'on les a indiquées sur les fig. 23, 24 et 25.

78. Le diamètre apparent de saturne varie; ce qui prouve qu'il s'approche et s'éloigne de la terre : son diamètre moyen est de 54″ 4.

79. On a observé sept satellites autour de saturne, fig. 29. Lorsque le septième est à l'orient de cette

planète, sa lumière s'affaiblit à un tel point, qu'il devient très-difficile à distinguer; ce qui ne peut venir que des taches qui couvrent l'hémisphère qu'il nous présente alors.

80. Il résulte de ces observations que saturne est une planète de forme ellipsoïde, dont le rapport des deux diamètres est :: 10 : 11; que la lumière qu'elle nous envoie lui vient du soleil, lequel éclaire aussi l'anneau et les satellites qui l'environnent; que cet anneau, qui paraît, soit sous la forme d'une ellipse, soit sous l'apparence d'une ligne, en raison des positions de saturne, de la terre et du soleil, cesse même d'être apperçu avec les télescopes ordinaires dans certaines de ces positions; que, lorsqu'il est très-apparent, il semble être divisé en plusieurs bandes ou anneaux distincts, et qu'enfin le diamètre variable de cette planète annonce que sa distance à la terre varie en différens temps.

§. X.

D'Uranus.

81. Cette étoile, invisible à la vue simple, ne peut être apperçue qu'avec des télescopes; aussi avait-elle échappé, par sa petitesse, aux anciens observateurs. Flamsted, à la fin du dix-septième siècle, Mayer et Lemonnier, dans le dernier, l'avaient déjà observée

comme une petite étoile; mais ce n'est qu'en 1781 que Herschel s'assura que c'est une planète.

82. Le diamètre apparent d'uranus est très-petit, et paraît être à peine de 12″.

83. Herschel, au moyen d'un fort télescope, a reconnu six satellites en mouvement autour de cette planète, fig. 30.

84. Du petit nombre d'observations qu'on a faites jusqu'à ce jour sur uranus, on peut conclure que cette planète, qui n'envoie que la lumière qu'elle reçoit du soleil, est environnée de satellites; que sa distance à la terre varie, et, qu'à juger de cette distance par la lenteur de son mouvement, elle doit être aux confins du système planétaire.

APPENDICE. (1)

§. XI.

Cérès.

85. Cette planète découverte en nivose de l'an neuf par *Piazzi*, à Palerme en Sicile, et qui a été

---

(1) Au moment où l'on imprimait cet ouvrage, la nouvelle planète, à laquelle *Piazzi* a donné le nom de la déesse des moissons, ayant été observée par plusieurs astronomes, nous avons cru devoir en faire mention ici. Dans l'exposition du systême du monde, cérès doit se placer entre mars et jupiter.

vue, en nivose de l'an dix, par *Zach*, à Gotha, vient aussi d'être observée par Méchain, Delambre et Burkhardt : son diamètre apparent est beaucoup plus petit que celui d'uranus, puisqu'il n'a pas 2″.

Des différences sensibles entre les observations faites par plusieurs astronomes jusqu'à ce jour sur cette planète, nous engagent à attendre qu'on en ait fait de plus précises avant de présenter ses élémens comme positifs.

§. XII.

Des Comètes.

86. Les comètes se présentent souvent à la vue sous l'apparence d'étoiles accompagnées de nébulosités, qui, en croissant, prennent la forme de queues d'une grande étendue, et dont la substance paraît être extrêmement rare, puisqu'on apperçoit les étoiles à travers.

87. Lorsqu'on les observe avec un bon télescope, les comètes paraissent avoir, comme les planètes, une forme sphérique, dont le diamètre, qui est différent pour chacune, croît depuis le moment où on les découvre jusqu'à celui où, parvenues à leur *maximum* (1) de grandeur, elles commencent à

(1) MAXIMUM, est imité du latin *maximum*, très-grand, le plus grand.

décroître graduellement, et finissent par ne pouvoir plus être distinguées avec les meilleurs instrumens.

88. Les neuf figures sous le nº 31 représentent la comète de 1661 telle qu'elle a été vue depuis le 2 février, au moment où l'on a commencé à la distinguer, jusqu'au 2 mars, où elle avait atteint son maximum de grosseur.

89. La fig. 32 représente la marche de la comète de 1784 dans le ciel, telle qu'elle a été observée à Paris.

90. Souvent les comètes ont leur disque entier éclairé; d'autres fois elles n'ont que la partie du disque qui regarde le soleil d'éclairée : telle était celle qu'on apperçut en 1744. Cette observation prouve que ce sont de grands corps opaques qui empruntent leur lumière de cet astre.

91. Les queues des comètes ont des formes très-variées A, B, C, D, E, fig. 33. Ces longues traînées de lumière ont ordinairement une direction opposée à la situation du soleil par rapport à la comète, ainsi qu'on l'a représenté, fig. 34, où le soleil est supposé en S, et la terre en T.

92. Il suit de ce que nous venons d'exposer que les comètes sont de grands corps opaques toujours environnés de nébulosités, qui souvent se terminent en queues; que ces corps reçoivent du soleil la lumière qu'ils réfléchissent vers nous; qu'ils s'approchent quelquefois fort près de la terre, et s'en éloi-

gnent ensuite à des distances telles, qu'ils ne sont plus apperçus; qu'enfin la longue traînée lumineuse qui les accompagne se dirige du côté opposé au soleil.

IIIe LEÇON.

DES MOUVEMENS APPARENS DU CIEL ET DU SOLEIL.

§. XIII.

Du mouvement du Ciel.

93. Lorsqu'on est placé la nuit sur un lieu où l'horizon est vaste et à découvert, et qu'on examine avec quelque attention un ciel sans nuages, le spectacle qu'il offre varie à chaque instant : des étoiles s'élèvent, d'autres s'abaissent sur l'horizon; quelques-unes paraissent vers l'orient, lorsque d'autres disparaissent vers l'occident, et qu'un grand nombre ne cessent pas d'être visibles. Dans ce mouvement général des étoiles, qui semble être celui de la voûte céleste, presque toutes conservent, ainsi que nous l'avons déjà observé, leurs positions respectives, et décrivent seulement des cercles de divers diamètres.

94. Dans la partie du ciel couverte d'étoiles que

l'on observe sur notre horizon H h, fig. 35, il est un point B qui paraît n'avoir aucun mouvement; l'étoile la plus proche de ce point se nomme *étoile polaire*. Les habitans du cap de Bonne-Espérance, ceux de la Nouvelle Hollande et de l'Amérique méridionale, observent également sur leur horizon un point près duquel est une étoile immobile A, appelée de même étoile polaire. Si l'on suppose une droite A B menée de l'un à l'autre de ces points, cette ligne, qui passe par le centre de la terre T, est l'axe du monde, autour duquel tournent toutes les étoiles. Les points du ciel que cet axe traverse s'appellent *pôles* (1); celui qui est situé en B se nomme *pôle boréal* (2) ou *septentrional* (3); le pôle A se nomme *austral* (4) ou *méridional*; et toutes les étoiles paraissent décrire des cercles plus ou moins grands en raison de l'éloignement où elles sont de cette ligne droite qui se termine aux deux pôles.

---

(1) PÔLES vient du grec Πωλειν, *tourner*, parce que c'est autour de ces points que les étoiles semblent se mouvoir.

(2) BORÉAL vient du grec Βορεασ, *vent borée*, c'est celui qui vient du nord.

(3) SEPTENTRIONAL vient du latin *septentrionalis*, nom latin de la constellation de la petite ourse dans laquelle se trouve l'étoile polaire.

(4) AUSTRAL vient du grec Αυστερ, *vent auster*, qui vient du midi.

95. Quoique l'on ne voie les étoiles à la vue simple que la nuit, on peut cependant les observer avec un bon télescope, même au moment où le soleil est le plus élevé sur l'horizon, et l'on suit alors leur marche avec autant de facilité que pendant une belle nuit.

96. La durée de l'apparition de chaque étoile dépend, pour chaque spectateur, de sa position sur la surface de la terre; celui qui est placé en P ou p, ayant, l'un l'étoile polaire B, l'autre l'étoile polaire A, perpendiculairement au-dessus de leurs têtes, apperçoivent toujours les mêmes étoiles qui tournent autour d'eux; mais les spectateurs qui sont dans la position E ou C, appercevant à la fois les deux pôles A et B, ne voient décrire à chaque étoile qu'une demi-circonférence: ainsi les spectateurs placés dans la première position ne peuvent jamais voir que les étoiles que l'on remarque dans la moitié de la voûte céleste, tandis que ceux qui sont dans la seconde situation les apperçoivent toutes les unes après les autres: et quant aux observateurs placés entre E′ P, E′ p, *e* P, *e* p, ils découvrent successivement un nombre d'étoiles d'autant plus grand, qu'ils sont plus rapprochés des points de E′ ou *e*, et ils en voient d'autant moins qu'ils sont plus voisins de P et p, seulement dans cette dernière position leur proximité de P et p leur en fait découvrir une plus grande quantité qui décrivent des cercles entiers.

97. On appelle *mouvement diurne* (1) celui qui se fait autour de la terre dans la durée d'un jour. On nomme mouvement *sidéral* (2) celui des étoiles ; la durée du mouvement diurne des étoiles est le jour sidéral, qui est de $0^{jour}\ 99727''$, conséquemment le jour sidéral est de 273″ plus court que le jour moyen.

98. Si l'on suppose dans le ciel un grand cercle E Q R E′ T *e* F G e, qui, partageant le globe terrestre en deux, soit perpendiculaire à l'axe du monde A B, ce cercle se nomme *équateur :* le point du ciel perpendiculaire à un spectateur placé sur quelque point de la surface de la terre que ce soit, et que nous supposerons maintenant arrêté au point O, se nomme *zénith* Z; le point qui lui est opposé N s'appelle *nadir* (3); le grand cercle H T h, qui ceint la terre en la divisant en deux parties égales, et qui est toujours, pour chaque spectateur, perpendiculaire à la verticale qui va de son zénith à son nadir, supposé ici en z T N, se nomme l'*horizon*, laquelle est toujours parallèle au plan que forme l'eau stagnante dans le lieu qu'occupe l'observateur.

---

(1) Diurne vient du latin *diurnus*, qui se fait en un jour.

(2) Sidéral vient du latin *sidus*, étoile.

(3) Nadir vient de l'arabe; il signifie *voir en dessous*, parce que c'est le point qui est dans le ciel au dessous du spectateur.

Si l'on conçoit une suite de grands cercles A E B e, A Q B G, A R B F &c., ayant pour diamètre l'axe du monde A B, ces cercles se nomment *méridiens :* celui indiqué par les lettres A E B e, qui passe par le zénith et le nadir Z N, partage en deux parties égales les arcs que chaque étoile paraît décrire sur l'horizon.

Les cercles M m parallèles à l'équateur, et que les étoiles semblent décrire dans le ciel, se nomment *parallèles*. (1)

99. Les cercles méridiens et les parallèles, étant perpendiculaires entre eux, servent à déterminer la position de tous les corps célestes. On appelle *ascension droite* (2) l'angle que fait un méridien avec un autre, ou la distance angulaire qu'il y a entre deux méridiens; et *déclinaison* (3) la distance d'un parallèle à l'équateur.

100. Les étoiles fixes ayant des positions constantes, on détermine cette position en indiquant leur ascension droite avec un méridien et leur déclinaison. Le méridien que l'on prend ordinairement pour point de départ est celui qui passe par l'*équi-*

---

(1) PARALLELE vient du grec Παραλληλοσ, *également distant.*

(2) ASCENSION vient du latin *ascensio*, *élévation.*

(3) DÉCLINAISON vient du grec Εκκλινω, ou du latin *declinare*, *détourner.*

noxe (1) de printemps, ou celui qui sépare la constellation des poissons de celle du belier.

Pour avoir l'ascension droite d'une étoile, on remarque l'heure du passage du premier méridien au zénith de l'observateur, et celle du passage, au même zénith, du méridien dans lequel se trouve l'étoile; le temps écoulé entre les passages des deux méridiens au zénith donne leur distance angulaire; car l'intervalle qu'il y a entre deux passages successifs d'un même méridien à un zénith, est à l'intervalle qui s'écoule entre le passage de deux méridiens, comme la circonférence du cercle est à l'arc qui sépare les deux méridiens.

Pour avoir la déclinaison d'une étoile, tout se réduit à prendre sa distance angulaire avec une des étoiles polaires; la différence qu'il y a entre cent degrés (distance des pôles à l'équateur) et l'angle obtenu est la distance de l'étoile à l'équateur, ou sa déclinaison.

101. Il suit des observations faites sur le mouvement des étoiles, qu'elles ont autour de deux points fixes un mouvement journalier ou diurne; qu'elles décrivent par ce mouvement des cercles plus ou moins grands, en raison de la distance où elles sont de l'axe de rotation; que le mouvement diurne

(1) ÉQUINOXE vient du latin *æqualis*, *égal*, *nox*, *nuit*; c'est l'époque où il y a égalité de jour et de nuit.

des étoiles est de o ^{jour} 99727″; que par le moyen des cercles appelés méridiens et parallèles, qui sont perpendiculaires entre eux, on peut connaître l'ascension droite et la déclinaison des astres, et conséquemment déterminer leur position dans le ciel.

§. XIV.

Des mouvemens du Soleil.

102. Lorsqu'on observe cet astre avec attention, on voit qu'il a trois mouvemens particuliers, l'un diurne autour de la terre, l'autre annuel par rapport aux étoiles, le troisième de rotation sur son axe. Nous allons examiner séparément ces trois mouvemens, ainsi que les phénomènes qu'ils produisent sur la surface de la terre.

§. XV.

Du mouvement diurne du Soleil.

103. Chaque jour on voit le soleil se lever sur un point de l'horizon pour se coucher sur un autre. Ce phénomène observé sur tous les points de la surface terrestre ne peut être que la suite d'un mouvement apparent et journalier de cet astre S, fig 36, autour de la terre A B D P; en effet, comme la

terre ne reçoit de lumière que celle que le soleil lui envoie, la moitié seulement de sa surface BAP, au-dessus de laquelle cet astre est placé, est éclairée, tandis que l'autre moitié BDP est dans l'obscurité. La présence ou l'absence du soleil sur chaque horizon terrestre produit le jour ou la nuit.

104. Le mouvement diurne du soleil paraît être d'orient en occident : sa durée est l'intervalle qui s'écoule entre deux passages successifs de cet astre sous le méridien situé au zénith de l'observateur ; cet intervalle ou cette durée *journalière* est aussi appelé *jour astronomique* (1). Les jours astronomiques ne sont pas égaux. Près du solstice d'été ils sont plus courts, et sont plus longs près du solstice d'hiver. Si l'on prend pour unité le jour moyen, le jour sidéral = 0 jour 99727″. On verra à la fin de cette leçon comment on détermine le jour moyen.

§. XVI.

Du mouvement annuel du Soleil.

105. Si l'on compare jour par jour les positions du soleil dans le ciel, on observera qu'elles changent

---

(1) ASTRONOMIE vient du grec Ασ7ρον, *astre*, νομοσ, *lois* ; c'est la science de la connaissance des astres et des lois de leurs mouvemens.

continuellement par rapport aux étoiles; ainsi l'on remarque, par exemple, que celles qui sont situées sur la route du soleil *s*, fig. 36, et qui se couchent un peu après lui en E, se perdent quelques jours après dans sa lumière, puis se couchent en même temps que lui; quelques jours plus tard, le devancent dans son coucher, et paraissent le matin avant son lever en E′. On remarque encore que les étoiles en e, qui passent en même temps que le soleil S, dans le méridien situé au zénith de l'observateur, paraissent le lendemain avant lui au même méridien en e′, et avancent chaque jour moyen de 1° 0920″, d'où il suit que le mouvement du soleil étant plus lent que celui des étoiles, ou retardant chaque jour sur leur mouvement apparent, cet astre semble se mouvoir, par rapport à elles, d'occident en orient, c'est-à-dire dans une direction opposée à celle de son mouvement par rapport à la terre. Par le mouvement du soleil, observé comparativement à celui des étoiles, cet astre met 365 jours 25634″ à revenir au même point du ciel, et cette durée forme l'*année sidérale*.

106. Le mouvement diurne du soleil paraît se faire sur l'équateur, ou du moins dans un plan qui lui est parallèle; mais, en suivant attentivement son mouvement annuel, on voit qu'en partant de l'équateur, il va toujours en s'en écartant pendant trois mois; qu'ensuite il s'en approche pendant trois au-

tres mois, pour s'en écarter dans un sens opposé durant un même intervalle, et s'en rapprocher encore pendant une égale durée de temps. En observant jour par jour les points du ciel où correspondent les différentes positions du soleil vu de la terre, on remarque que ces points forment un grand cercle A C D S B F, fig. 37, appelé *écliptique* (1), et que le plan passant par tous les points de ce cercle, coupe celui de l'équateur A G H I B F, suivant une droite A B, qui passe par le centre de la terre T : ces deux plans sont inclinés l'un sur l'autre, et leur inclinaison, qui éprouve tous les ans quelque variation, était au commencement de l'année 1750 de 26° 0960″.

107. C'est de la combinaison du mouvement diurne du soleil, parallèle à l'équateur, et de son mouvement annuel sur l'écliptique, que résulte la différence des saisons.

108. L'axe du monde rencontrant la terre, fig. 38, en deux points A et B, appelés *pôles terrestres*, on a nommé *pôle arctique* (2) celui qui est du

---

(1) ÉCLIPTIQUE vient du grec Εκλιῶτικοσ, *qui appartient aux éclipses*, parce que c'est dans ce cercle qu'on apperçoit les éclipses de soleil et de lune.

(2) ARCTIQUE vient du grec Αρκτοσ, *ours*, parce que c'est le côté qui regarde la grande ourse.

côté du pôle boréal, et *pôle antarctique* (1) celui qui est du côté du pôle austral.

109. Le plan de l'équateur coupant la terre en deux parties à peu-près égales ou hémisphères E B e, E A e, la courbe d'intersection E F e se nomme *équateur terrestre*. La portion du globe E B e est l'*hémisphère boréal* ou *septentrional*, et la portion opposée E A e est l'hémisphère austral ou méridional.

110. Le plan de l'écliptique coupant de même la terre en deux parties G B g, G A g, à-peu-près égales, la courbe d'intersection G F g, sur la surface de la terre, se nomme *écliptique terrestre*.

111. Lorsque le soleil est sur l'écliptique en S D, fig. 39, sa direction S T, faisant le plus grand angle possible avec l'équateur E F, une moitié de la sphère L E p B N, séparée par le grand cercle L T m N perpendiculaire à la direction du soleil, est éclairée, tandis que l'autre moitié est dans l'obscurité : le mouvement diurne de cet astre étant parallèle à l'équateur E T F, les rapports entre la durée du jour et de la nuit sont exprimés sur chaque point de la terre par les intersections des parallèles tracés sur la surface avec la ligne L T m N ; ainsi, sur le parallèle p q, la durée du jour est à celle de la nuit : :

---

(3) Antarctique vient du grec Αντι, *opposé*, Αρκτοσ, *ours* ; c'est le côté opposé à la grande ourse.

p m : m q, et sur la parallèle N o, entièrement éclairée par le soleil, de même que sur le segment N B o il n'existe point de nuit.

Si, dans cette situation, on compare la durée du jour sur chaque hémisphère E B F, F A E, on voit qu'elle est plus grande sur l'hémisphère boréal que sur les parties correspondantes de l'hémisphère austral, et qu'elle est aussi d'autant plus grande sur les deux hémisphères, qu'en s'éloignant plus de l'équateur on s'approche davantage des pôles; on voit enfin que le segment L A R de l'hémisphère austral est entièrement dans l'obscurité, et que, sur chaque point correspondant des deux hémisphères, la durée des jours et des nuits d'un côté, est en raison inverse de celle qui a lieu de l'autre.

112. En changeant successivement de position sur l'écliptique, par son mouvement d'occident en orient, le soleil arrive sur l'intersection de l'équateur et de l'écliptique, alors la direction du soleil étant dans le plan de l'équateur $\Sigma E' \Phi$, fig. 40, la ligne $l\beta$ de séparation de l'ombre et de la lumière, est un méridien qui coupe tous les parallèles en deux parties égales ; à cette époque les jours et les nuits sont égaux sur toute la surface de la terre, et chacun des hémisphères $E' \Pi l \Phi$, $\Phi \Delta \beta E'$ est également éclairé.

113. En continuant sa route dans la même direction, le soleil, qui s'éloigne de plus en plus de l'équateur, en s'avançant vers le pôle austral, se trouve

enfin dans la direction *s p t d*, fig. 41, qui forme le plus grand angle avec l'équateur. Pendant la marche de cet astre, la durée des jours va en augmentant sur l'hémisphère austral, et en diminuant sur l'hémisphère boréal, jusqu'à ce que cette durée ait atteint son *maximum* d'un côté, et son *minimum* de l'autre; alors le soleil se rapproche de nouveau de l'équateur, pour rétablir l'égalité dans la longueur des jours et des nuits.

114. Lorsque le soleil se trouve sur l'intersection de l'équateur et de l'écliptique, les jours sont égaux aux nuits sur toute la surface de la terre; de là le nom d'*équinoxe* donné à cette position, et la dénomination de *jours équinoxiaux*, donnée à ces jours égaux sur les deux hémisphères. Comme dans son mouvement sur l'écliptique, le soleil rencontre l'équateur aux deux points d'intersection A et B, fig. 37, il s'ensuit qu'il existe deux équinoxes, que l'on a distinguées en équinoxe de printemps et équinoxe d'automne.

115. Le soleil, en s'éloignant de ces points d'intersection, et conséquemment de l'équateur, arrive, au bout d'environ trois mois, aux points S ou F, qui en sont les plus éloignés: dans ce mouvement, la durée de la nuit a été en augmentant d'un côté et en diminuant de l'autre; et la différence en plus ou en moins de deux nuits successives est d'autant moins grande, que le soleil est plus voisin de sa

plus grande distance de l'équateur ; et comme, lorsqu'il est près de ce maximum d'éloignement, la différence dans la longueur des nuits paraît insensible, et que le soleil semble alors être stationnaire par rapport à cette distance, de laquelle dépend la durée du jour, on a nommé *solstice* (1) la position de cet astre près de son maximum d'éloignement de l'équateur, ou à ce maximum même ; et points *solsticiaux*, ceux où l'on jouit de cette presque égalité dans la durée successive des nuits : ainsi il y a deux solstices, l'un, lorsque le soleil est le plus éloigné de l'équateur sur l'hémisphère boréal ; l'autre, lorsqu'il est arrivé au même point vers l'hémisphère austral.

116. Les cercles que le soleil décrit pendant les deux solstices à son maximum d'éloignement de l'équateur s'appellent *tropiques* (2) ; l'un a été nommé tropique du *cancer*, l'autre tropique du *capricorne* : ces dénominations ont été données fort anciennement, parce qu'alors les solstices avaient lieu au moment où le soleil se trouvait dans l'une ou

---

(1) Solstice, vient du latin *sol, le soleil, stat, s'arrête*, parcequ'il est à sa plus haute élévation, qu'il y reste quelque temps stationnaire, et qu'il n'a aucun mouvement d'écartement ni d'avancement par rapport à l'équateur.

(2) Tropique, vient du grec Τρωπὴ, *retour*; parce que c'est le point où le soleil, après s'être éloigné, retourne vers l'équateur.

l'autre de ces constellations. Aujourd'hui, les points solsticiaux se trouvent placés dans les constellations des gémeaux et du sagittaire, et ces points s'éloignent continuellement du cancer et du capricorne.

117. On a donné également le nom de tropiques aux points de la surface terrestre qui correspondent aux cercles que le soleil décrit dans le ciel à chacun des solstices. Les tropiques terrestres forment deux cercles, dont chacun est éloigné de 26° 0960″ de l'équateur terrestre. On leur a également conservé les anciennes dénominations des constellations par lesquelles passaient autrefois les cercles que décrivait le soleil: le tropique du cancer est sur l'hémisphère boréal, et celui du capricorne sur l'hémisphère austral.

118. Pendant que le soleil est aux solstices, on observe sur la surface de la terre deux espaces ou zones, situés aux pôles, dont l'un est entièrement obscur, et l'autre entièrement éclairé: les cercles qui terminent ces zones sont appelés polaires: celui qui est au-dessous du pôle boréal se nomme *cercle polaire arctique*, et celui qui est au-dessous du pôle opposé, cercle *polaire antarctique*.

119. Ainsi, la terre se trouve divisée, par les deux cercles polaires et les deux tropiques, tous parallèles, en cinq parties appelées zones ou *climats* (1). Les

(1) CLIMAT vient du grec κλιμαξ, *région*, *degré*, *con-*

deux des extrémités portent le nom de zones glaciales, parce qu'elles sont en effet les plus froides de la terre; celle du milieu se nomme *zone torride* (1), parce que le soleil étant successivement perpendiculaire sur tous ces points, elle est très-échauffée, et les deux autres sont les *zones tempérées.*

120. C'est, comme on sait, à l'action du soleil sur la surface de la terre que sont dues les variations de températures que nous éprouvons : l'effet dû à cette action peut varier, soit par les diverses distances où le soleil se trouve de la terre, soit par la continuité même de son action sur la même surface.

La distance du soleil à la terre ne paraît produire aucun des grands effets de températures que l'on y éprouve; car, quelle que soit cette distance, il est toujours l'été sur un hémisphère lorsqu'il est l'hiver sur l'autre : c'est donc à sa présence plus ou moins prolongée sur une même surface, qu'il faut attribuer la différence des saisons.

En effet, lorsque le soleil est aux équinoxes, et

---

trée; c'est un espace renfermé entre deux cercles parallèles à l'équateur, où il y a une température particulière.

(1) TORRIDE vient du latin *torrere*, *rôtir*, parce que c'est la zone de la surface de la terre la plus échauffée, et que la chaleur du soleil y est brûlante.

qu'il éclaire également l'un et l'autre hémisphère, la température sur chacun est moyenne, et l'on a le printemps ou l'automne; ensuite, lorsqu'il avance sur l'un des hémisphères, celui-ci s'échauffe et l'autre se refroidit, et cela, en raison de ce que sa présence est plus long-temps continuée sur le premier, et de plus courte durée sur l'autre. C'est ainsi qu'une observation habituelle nous apprend que la température de chaque jour n'atteint son maximum qu'après midi, c'est-à-dire, qu'après la plus grande hauteur du soleil sur l'horizon; de même on n'éprouve le maximum de température sur chaque hémisphère, qu'après la plus grande hauteur solsticiale du soleil: l'on a en effet l'été sur l'hémisphère austral, et l'hiver sur l'hémisphère boréal, lorsque le soleil, après avoir atteint sa plus grande élévation sur le pôle austral, revient vers l'équateur; de même l'été pour ce dernier hémisphère et l'hiver pour l'autre arrrivent à l'époque où le soleil, après avoir atteint sa plus grande élévation vers le pôle boréal, revient vers l'équateur: ainsi l'on éprouve les plus grandes chaleurs sur un hémisphère et les plus grands froids sur l'autre, tandis que le soleil parcourt l'espace situé entre le solstice et l'équinoxe. On a de même, sur chaque hémisphère, le printemps et l'automne, lorsque cet astre parcourt l'espace qu'il y a entre l'équinoxe et le solstice.

Sur l'hémisphère boréal que nous habitons, l'on

a le printemps pendant que le soleil se transporte de l'équinoxe de printemps au solstice boréal, et pendant le même temps on a l'automne sur l'hémisphère austral. On a l'été sur l'hémiphère boréal et l'hiver sur l'autre, lorsque cet astre se porte du solstice boréal à l'équinoxe d'automne. On a l'automne sur ce même hémisphère boréal et le printemps sur l'austral, lorsqu'il va de l'équinoxe d'automne au solstice austral. Enfin, on éprouve l'hiver sur l'hémisphère boréal et l'été sur l'hémisphère opposé, tandis qu'il vient du solstice austral à l'équinoxe du printemps.

121. On a remarqué que le soleil met des temps inégaux à parcourir l'espace compris entre les équinoxes et les solstices; et qu'il emploie sept jours de plus à aller de l'équinoxe de printemps à celui d'automne, que de ce dernier à l'autre.

122. On a encore remarqué que la vîtesse journalière de cet astre est inégale, et que cette vîtesse est la plus grande lorsqu'il est vers le solstice austral, et la plus petite, quand il est vers le solstice boréal.

Le mouvement des astres se mesurant par l'angle qu'ils parcourent dans des temps égaux, l'observation a appris que l'angle que le soleil décrit dans un jour, lorsqu'il est au solstice austral, est de 1° 1327″, tandis que celui qu'il décrit dans le même temps, quand il est au solstice boréal, n'est que de 1° 0591″.

123. Les astres se mouvant dans des courbes particulières appelées *orbes* (1), on peut déterminer la nature de celle que forme le soleil dans son mouvement apparent d'occident en orient, en prenant jour par jour la direction du rayon vecteur de la terre à cet astre, et rapportant sur chacune de ces directions TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, etc. fig. 42, la distance du soleil à la terre. La courbe qui passera par les points ABC DEFGHIKLM sera celle que le soleil paraît parcourir dans le ciel; ainsi la détermination de l'orbe solaire dépend de deux sortes d'observations: 1° de la direction du *rayon vecteur* (2) à cet astre; 2° de sa distance à la terre, prise sur chaque direction. Cette direction du rayon vecteur se détermine par la situation d'une étoile qui se trouve dans la direction de ce rayon que l'on prolonge, et la distance de l'astre se prend par la *parallaxe.* (3)

---

(1) Orbe vient du latin *orbita, trace du passage d'une roue ;* c'est la trace du passage des astres dans le ciel.

(2) Vecteur vient du latin *vehere, porter ;* le rayon vecteur est une droite supposée menée du centre d'un astre au centre de son mouvement.

(3) Parallaxe vient du grec Παράλλαξις, *transmutation, diversité d'aspect ;* c'est la différence entre le lieu où un astre paraît, vu de la surface de la terre, et celui où il nous paraîtrait si nous étions au centre de la terre.

124. La parallaxe d'un astre est l'angle TSA ou TSC, fig. 43, formé à son centre par deux rayons, dont l'un, ST, va au centre de la terre T, et l'autre SA, ou SC, va au point de sa surface où l'observateur est placé. Le premier angle TSA est la *parallaxe horizontale*, parce qu'elle est prise lorsque l'astre est à l'horizon : la méthode la plus simple pour la déterminer, est de placer deux spectateurs dans une situation telle, qu'ils puissent observer l'astre dans le même instant, l'un à son zénith, l'autre à l'horizon : si d'un angle droit on retranche l'angle BTA, formé par la distance à laquelle les deux spectateurs sont l'un de l'autre, on aura celui de la parallaxe ; car, l'astre étant à l'horizon, l'angle TAS est droit ; donc ATS et TSA forment un angle droit.

Lorsque l'on connaît la parallaxe horizontale, on obtient la distance de l'astre, attendu que cette distance égale le rayon de la terre divisé par le sinus de la parallaxe ; car, dans le triangle STA, qui a un angle droit A, on a sin. TSA : rayon : : TA : TS, d'où $TS = \frac{\text{rayon} \times TA}{\text{sin. } TSA}$; mais TA = le rayon de la terre, et sin. TSA est celui de la parallaxe ; donc la distance de l'astre égale le rayon de la terre divisé par le sinus de la parallaxe : celle du soleil étant de 27″,2, la distance de cet astre à la terre est, d'après cette méthode, de 23405 rayons terrestres : le

diamètre du soleil étant à celui de la terre comme le sinus des angles sous lesquels chacun des deux corps est apperçu du centre de l'autre ; l'angle du soleil à la terre étant de 6036″, et celui de la terre au soleil de 54″4, il s'ensuit que le diamètre du soleil est 113 fois plus grand que celui de la terre, et son volume 1,300,000 plus considérable.

125. Cette méthode de prendre la parallaxe ne pouvant être appliquée au soleil à cause du très-petit angle qu'elle présente, nous donnerons de nouveaux détails sur cet objet, en exposant les moyens qu'on emploie pour prendre la distance de la lune à la terre. Quant à la distance du soleil à la terre, Aristarque, dans l'antiquité, fit usage de la méthode suivante, qui suppose la distance de la lune à la terre déjà connue.

126. La lune ayant des phases différentes, la ligne qui sépare la partie éclairée de celle qui est obscure est apperçue sous la forme d'une demi-ellipse, qui varie successivement depuis celle du cercle jusqu'à celle de la ligne droite : pour que la ligne de séparation d'ombre et de lumière observée sur la lune L, fig. 44, paraisse une droite A B au spectateur placé en C sur la terre T, il faut que le plan passant par cette ligne soit perpendiculaire à la droite L S menée du centre de la lune à celui du soleil S : si dans cet instant on prend l'angle formé par les droites C L, C S, menées du spectateur aux centres

de la lune et du soleil, on aura un triangle rectangle C L S, dans lequel on connaît l'angle droit à la lune et l'angle à la terre, conséquemment l'angle au soleil L S C; alors, si l'on connaît la distance de la lune à la terre L C, on a celle du soleil à la terre S T.

127 Lorsqu'on a la distance du soleil à la terre et l'angle que présente le diamètre du soleil à cette distance, il est facile de déterminer toutes les autres distances par la seule observation de l'angle sous lequel le diamètre se présente, parce que la distance du soleil à la terre est réciproque à son diamètre apparent : en effet, si S D, fig. 45, est le demi-diamètre du soleil, et S A, S B, ses différentes distances à la terre, on a S A : S D : : ray. : tang. S A D; donc S D X ray. = S A X tang. S A D. S B : S D : : ray : tang. S B D; donc S D X ray. = S B X tang. S B D. De ces deux proportions on déduit S A : S B : : tang. S B D : tang. S A D; mais les tangentes de très-petits arcs, ou d'arcs au-dessous d'un degré, sont comme les angles; ainsi l'on a S A : S B : : S B D : S A D; donc la distance du soleil à la terre est réciproque à son diamètre apparent.

Comme le diamètre apparent du soleil est le plus petit dans l'été et le plus grand dans l'hiver, il s'ensuit que dans l'été, pour notre hémisphère, cet astre est à sa plus grande distance de la terre, et qu'il en est, au contraire, le plus rapproché pendant l'hiver.

128. Lorsqu'on trace l'orbe du soleil, fig. 42, d'après ses directions journalières et ses diverses distances à la terre sous ces directions, on observe que cet orbe est une ellipse, à l'un des foyers de laquelle le centre de la terre est placé : ainsi, lorsque le soleil se trouve sur la partie de l'ellipse G, qui correspond à une des extrémités de son grand diamètre A T G, il est à sa plus grande distance du foyer T, placé au centre de la terre ; et il est à sa plus petite distance de ce foyer, quand il arrive à la partie opposée de l'ellipse A.

On nomme *apogée* (1) la plus grande distance d'un astre à la terre, et *périgée* (2) sa plus petite distance.

129. Si le soleil, dans tous ses points d'éloignement T A, T F de la terre T, fig. 46, parcourait des arcs égaux A B, F G, les vîtesses apparentes, ou les angles A T B, F T G, seraient réciproques (127.) à leurs distances T A, T F ; mais l'observation a appris que lorsqu'il s'éloigne de la terre la diminution de sa vîtesse est double de celle qui devrait se remarquer si cette diminution n'était que

---

(1) Apogée vient du grec Aπω, *au loin*, γη, *la terre ;* c'est la plus grande distance d'un astre à la terre.

(2) Périgée vient du grec Περι, *auprès*, γη *la terre ;* c'est la plus petite distance d'un astre à la terre.

réciproque, d'où il suit que la vîtesse angulaire est à très-peu-près réciproque aux carrés des distances.

En effet, par la diminution réciproque aux distances, on a $V : V^{I} :: \frac{I}{r} : \frac{I}{r^{I}}$; maintenant, si l'on fait $r = 1$, et $r^{I} = 1 + e$, on aura $V : V^{I} :: 1 : \frac{1}{1+e}$; mais $\frac{1}{1+e}$, en négligeant les deuxièmes puissances, égale $1 - e$; donc $V : V^{I} :: 1 : 1 - e$. Puisque e est la différence, lorsque les vîtesses sont réciproques aux distances, une différence double, telle que l'observation la donne, est $1 - 2e$; ainsi l'observation donne $V : V^{I} :: 1 : 1 - 2e$. Mais $1 - 2e = \frac{1}{(1+e)^2}$, dont on a négligé les deuxièmes puissances; il résulte que le rapport des vîtesses est $V : V^{I} :: \frac{1}{1^2} : \frac{1}{(1+e)^2}$; et comme 1 et $1 + e$ sont les deux rayons, on a $V : V^{I} :: \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2}$.

130. De ce que les vîtesses angulaires sont réciproques aux carrés des rayons, il s'ensuit que les secteurs (1) ou les aires (2) décrits par les rayons vecteurs, sont proportionnels aux temps.

Car les surfaces des cercles et celles des secteurs, qui ont le même angle, sont proportionnelles aux

(1) SECTEUR vient du latin *sector, qui coupe*, parce que la figure qu'il présente a l'apparence d'un tranchant.

(2) AIRE, vient du latin *area*, plan terminé par des lignes.

carrés de leurs rayons ; et les secteurs, qui ont mêmes rayons, sont proportionnels à leurs angles ; donc les secteurs, qui ont différens angles et différens rayons, sont comme les carrés des rayons par les angles.

Ainsi l'on a $s : S :: ar^2 : AR^2$.

Mais les angles infiniment petits décrits dans des temps égaux par le mouvement du soleil dans son orbe elliptique, peuvent être considérés comme s'ils appartenaient à des cercles de différens rayons, et ces angles qui indiquent les vîtesses, sont réciproques aux carrés des rayons; ainsi l'on a $a : A :: \frac{1}{r^2} : \frac{1}{R^2}$.

Substituant les valeurs des angles dans la première équation, on a $s : S :: \frac{r^2}{r^2} : \frac{R^2}{R^2}$; mais $\frac{r^2}{r^2} = \frac{R^2}{R^2}$; donc dans des temps égaux $s = S$, et dans des temps inégaux les secteurs sont proportionnels aux temps.

Cette loi remarquable de la proportionnalité des aires aux temps dans le mouvement du soleil, est une des lois générales du mouvement des corps célestes découvertes par Képler, et elle s'applique en effet à tous ces corps, ainsi qu'on le verra par la suite.

151. La réciprocité entre les carrés des rayons, la vîtesse angulaire et le mouvement dans l'ellipse, conduit à ce théorème : la variation dans la vîtesse angulaire du soleil est à-peu-près proportionnelle au co-sinus de la moyenne distance angulaire de

l'astre au point de l'orbite où cette vîtesse est la plus grande.

Si dans l'ellipse D M N Q, fig. 47, on fait l'excentricité (1) C F $=$ e,

Le rayon vecteur F M $=$ z,

L'angle D F N du rayon vecteur avec le grand axe D Q $= \varphi$, l'équation de l'ellipse, par rapport au rayon vecteur, donne $z = \frac{(1-e)^2 (1 - e \cos. \varphi)}{1 - e^2 \cos. \varphi^2}$. Négligeant les quantités élevées au carré, ou les deuxièmes puissances, on a $z = 1 - e$ co-s. φ. La vîtesse étant proportionnelle au carré du rayon, elle varie : : $\frac{1}{z^2}$; mais $\frac{1}{z^2} = \frac{1}{(1 - e \cos. \varphi)^2} = 1 + 2e$ cos. φ, en négligeant les secondes puissances.

Dans la valeur de $\frac{1}{z^2}$ il n'y a de variable que co-s. φ; donc la portion de la vîtesse angulaire variable est à-peu-près proportionnelle au co-sinus de l'angle d'inclinaison.

132. Le soleil paraissant se mouvoir autour de la terre dans un orbe elliptique, on peut se former une idée juste de son mouvement, en supposant un cercle décrit autour de la terre avec un rayon T S, fig. 48, égal au périgée, et sur lequel le mouvement

(1) Excentricité vient du latin *excentricitas*, ou du grec Ἐκ, *hors*, κέντρον, *centre*; qui a un centre hors d'un autre : c'est ici la distance entre le centre de l'ellipse et l'un de ses foyers.

uniforme d'un astre soit représenté par des divisions égales S, a, b, c, d, e, f, g; que de même sur l'ellipse soient tracées les divisions S, A, B, C, D, E, F, G, comme indiquant la marche du soleil dans son orbe, et que les secteurs S T A, A T B, B T C, etc., soient proportionnels aux temps; alors comparant le mouvement de l'astre fictif sur le cercle à celui du soleil sur l'ellipse, on voit qu'en partant du périgée, le mouvement angulaire de ce dernier, dans son orbe S T A, A T B, est plus grand que celui de l'astre dans le cercle S T a, a T b, qu'ensuite le mouvement du soleil B T C, C T D, diminue sur celui de l'astre b T c, c T d, et que le rapport entre ces deux vîtesses est tel, que, du périgée au quart de son mouvement B, la marche du soleil est plus rapide que celle de l'astre fictif; qu'arrivé là, son mouvement diminue comparé à celui du dernier corps, jusqu'à ce qu'il soit arrivé à la moitié de sa course ou à son apogée D, où les deux corps sont sur la même droite; qu'ensuite, en se portant de D en F, le soleil continue à retarder sur l'astre fictif, et qu'à partir de ce dernier point, il accélère sa marche en se mouvant plus vîte que l'astre, pour arriver en même temps que lui au point de départ S. Il est facile de voir, en suivant ces deux mouvemens, que les rayons vecteurs de l'astre fictif et du soleil ne sont dans une même droite que lorsque ce dernier est à son périgée ou à son apogée : dans toute autre posi-

tion ces rayons forment entre eux un angle que l'on nomme *équation du centre :* son maximum ou son plus grand angle était, au commencement de 1750, de 2° 1409″. Le peu d'excentricité de l'orbe solaire rend son ellipse très-approchant du cercle.

133. On observe dans cet orbe trois mouvemens particuliers; le premier dans son grand axe, le second dans la direction du plan de l'équateur, le troisième dans l'inclinaison de son plan sur celui de l'équateur.

On a déterminé la position du grand axe de l'ellipse solaire, en observant la direction du soleil lorsqu'il est au périgée ou à l'apogée, et l'on a remarqué que cet axe, qui change continuellement de position, a un mouvement d'occident en orient dans le sens du mouvement annuel du soleil, par lequel il décrit annuellement un arc de 36″, 7.

Si la direction du plan de l'équateur était constante par rapport aux étoiles, ainsi que l'est celle du plan de l'écliptique, la ligne d'intersection de ces deux plans aurait dans le ciel une direction constante; mais le plan de l'équateur changeant de direction, tandis que l'autre reste constant, l'intersection doit varier : aussi a-t-on observé que les équinoxes ont, par suite de ce changement de direction, un mouvement d'orient en occident, c'est-à-dire, rétrograde sur celui du soleil, et par lequel cette ligne d'intersection décrit chaque année un arc moyen de 154″, 63.

La distance de l'équinoxe du printemps au périgée de l'ellipse solaire, varie chaque année en vertu de ces deux mouvemens: elle était, au commencement de 1750 de $309^{o},5790''$.

Enfin l'orbe solaire se rapproche insensiblement de l'équateur, et l'on estime à $154'',3$, par siècle, la diminution de son obliquité.

134. L'orbe dans lequel le soleil paraît se mouvoir est peu différent du cercle; car son excentricité est égale à la cent soixante-dix-huit millième partie de sa distance moyenne à la terre. Les observations paraissent indiquer dans cette excentricité une diminution fort lente, à peine sensible dans l'intervalle d'un siècle.

135. Ainsi le mouvement apparent du soleil dans son orbe paraît éprouver six sortes d'inégalités.

1° Dans le mouvement de son ellipse.

2° Dans l'obliquité de son orbe sur l'équateur.

3° Dans le mouvement du grand axe de son ellipse.

4° Dans la position de ses *nœuds* : c'est ainsi que l'on appelle les points de l'orbe qui rencontrent le plan de l'équateur.

5° Dans l'angle que forment entre eux les plans de l'orbe solaire et de l'équateur.

6° Dans l'excentricité de l'orbe solaire.

Si le soleil n'avait pas sur l'écliptique un mouvement rétrograde, la durée de son mouvement diurne serait égale à celle de celui des étoiles, et serait cons-

tante; mais l'arc rétrograde qu'il décrit sur l'écliptique, et qu'il doit parcourir de plus pour arriver au méridien d'où il est parti, augmente la durée de ce mouvement; ainsi cette durée est égale au jour sidéral, plus au temps qu'il doit mettre pour parcourir cet arc rétrograde; et, comme le mouvement journalier du soleil est rapporté à l'équateur, les six sortes d'inégalités que l'on remarque, tant dans ce mouvement, que dans le mouvement et la forme de son orbe, doivent nécessairement en apporter de plus ou moins considérables dans la durée du jour astronomique.

136. Le jour astronomique étant composé du jour sidéral, plus du temps que le soleil met à parcourir son arc rétrograde sur l'écliptique rapporté à l'équateur; pour connaître l'excés du jour astronomique sur le jour sidéral, il faut déterminer la grandeur de cet arc; pour cela, si, par les extrémités du petit arc AB (fig. 49,) que le soleil décrit sur l'écliptique E*e*, dans un jour et par les pôles du monde Pp, on imagine deux grands cercles de la sphère céleste; l'arc de l'équateur *a b*, qu'ils interceptent, est le mouvement journalier du soleil rapporté à l'équateur, et le temps que cet arc met à traverser le méridien, est l'excès du jour astronomique sur le jour sidéral : or il est visible que cet arc varie par rapport à la vîtesse rétrograde du soleil et à sa distance des points équinoxiaux.

Lorsque le soleil est à l'équinoxe E, fig. 50, l'arc EB, sur l'écliptique, est à l'arc EA, sur l'équateur, comme le rayon est au cosinus de l'angle AEB de l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur; en conséquence, dans cette position, l'arc est diminué dans ce même rapport : mais, lorsque cet astre est au solstice en S, l'arc qu'il parcourt étant le même que celui qu'il décrirait sur le tropique SL, il est à celui que l'on observe sur l'équateur dans le rapport des rayons des deux cercles; donc : : SL : DE; mais DE = ES, ainsi : : SL : ES, ou comme le cosinus de l'angle d'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur est au rayon; d'où il suit que, lorsque le soleil est au solstice, l'arc mesuré sur l'équateur est plus grand que celui qui est parcouru sur l'écliptique dans le même rapport; ce qui fait que le jour astronomique est augmenté au solstice et diminué aux équinoxes, parce que le mouvement du soleil sur l'écliptique est rapporté à celui qu'il aurait sur l'équateur.

137. Pour avoir un jour moyen indépendamment de ces causes, on suppose le soleil se mouvant sur l'écliptique, fig. 51, parcourant des arcs inégaux A, B, C, D, E, F, G, H, I, et un second soleil se mouvant sur la même écliptique, en parcourant des arcs A b c d e f g K I égaux, et traversant, toujours au même instant que le vrai soleil, le grand axe AI de l'orbe solaire, ce qui fait disparaître l'inégalité du mouvement propre du soleil. On fait ensuite dispa-

raître l'effet de l'obliquité de l'écliptique, en imaginant un troisième soleil passant par les équinoxes L M au même instant que le second, et mu sur l'équateur, de manière que les distances angulaires MOF, Moφ, Mog, Moγ, MOH, Moη, etc. de ces deux soleils, à l'équinoxe du printemps M, soient constamment égales entre elles : l'intervalle compris entre deux retours consécutifs de ce troisième soleil au méridien, forme le jour moyen astronomique. Le *temps moyen* se mesure par le nombre de ces retours, et le *temps vrai* se mesure par le nombre des retours du vrai soleil au méridien. L'arc de l'équateur ſγ intercepté entre deux méridiens, mené par les centres du vrai soleil G, et du troisième γ, et réduit en temps, à raison de la circonférence entière pour un jour, est ce que l'on nomme *équation du temps*.

§. XVII.

Du mouvement de rotation du Soleil.

138. Le soleil étant souvent couvert de taches qui paraissent changer de position sur son *disque* (1); en examinant avec soin leurs diverses positions, on a remarqué qu'elles suivaient une direction constante

(1) DISQUE vient du grec Δισκοσ, *plat, rond, palet;* c'est la surface comprise dans le cercle que présente le soleil.

d'orient en occident, et que leur mouvement, lent vers les bords, s'accélérait en approchant du milieu de la surface de cet astre; que plusieurs de ces taches, après avoir traversé son disque, reparaissaient, au bout d'un certain temps, à la même place où elles avaient été apperçues. Cette position constante, à des époques fixes, a fait conclure qu'elles adhèrent à la surface du soleil; que cet astre a un mouvement de rotation qui lui est propre, et dont la durée est de vingt-cinq jours et demi; enfin des observations exactes ont appris que son équateur AB, fig. 52, ou le plan perpendiculaire à son axe de rotation CD, est incliné sur l'écliptique ST de $8^{\circ} \frac{1}{3}$ environ, et que les points de cet équateur, en s'élevant par leur mouvement de rotation au-dessus de ce plan vers le pôle boréal, le traversent dans un point B, fig. 53, qui, vu du centre du soleil S, formait, au commencement de 1750, un angle de $80^{\circ},2000''$ avec l'équinoxe de printemps SP.

Récapitulation.

139. Il suit des observations que nous venons de rapporter sur le soleil et sur ses mouvemens, dont la parallaxe est de $27'',2$, dont le diamètre est 113 fois celui de la terre, le volume 1,300,000 fois plus considérable, et sa distance à la terre de 23,400 rayons terrestres; il suit, disons-nous, que cet astre a trois

mouvemens; le premier diurne, d'orient en occident, dont la durée varie chaque jour de l'année; le second annuel, d'occident en orient, sur un orbe elliptique dont la terre occupe un des foyers ; que les aires décrites sur cet orbe par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps, et que les vîtesses angulaires sont à peu près proportionnelles au cosinus de la moyenne distance angulaire de cet astre au point de l'orbite où cette vîtesse est la plus grande; que de la combinaison de ces deux mouvemens, diurne et annuel, résultent le jour et la nuit, et la différence de température ou les saisons; que l'orbe solaire a aussi trois mouvemens, l'un dans son grand axe, par lequel il décrit annuellement, d'occident en orient, un angle de 36″,7 ; l'autre dans la direction de ses nœuds, qui rétrogradent, relativement au soleil, d'environ 154″,63 par année, et un autre dans l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, qui diminue d'environ 154″,3 par siècle; que ces trois mouvemens de l'orbe solaire produisent plusieurs inégalités apparentes dans la marche du soleil; que le troisième mouvement de cet astre est celui de rotation sur son axe, dont la durée est de vingt-cinq jours et demi; enfin que l'équateur solaire est incliné de 8° $\frac{1}{3}$ sur l'écliptique.

IVe LEÇON.

DES MOUVEMENS DE LA TERRE.

La terre a deux mouvemens différens que nous examinerons séparément : l'un est celui de rotation sur son axe, l'autre est un mouvement de translation autour du soleil.

§. XVIII.

Du mouvement de rotation de la Terre.

141. Nous avons vu que les étoiles paraissaient tourner autour de la terre (93), et que la durée de leur mouvement, quel que soit le cercle qu'elles décrivent dans le ciel, est de 0^{j} 99727 (97); que le soleil paraissait également tourner autour de notre globe, et que la durée de ce mouvement forme le jour astronomique (104); que généralement les corps célestes paraissent se mouvoir autour de la terre, et que la durée de leur mouvement diurne diffère de celle du jour astronomique ; mais, en réfléchissant sur la marche de tous ces corps, on observe que leurs mouvemens peuvent s'expliquer de deux manières : ou en supposant, ainsi que nous l'avons fait jusqu'ici, qu'ils tournent en effet autour de la terre, ou en admettant, ce qui est beaucoup plus simple,

que c'est la terre qui, tournant sur elle-même, produit cette illusion du mouvement des corps célestes autour d'elle.

En effet, si un spectateur S, fig. 54, placé sur la surface de la terre T, a un astre A à son zénith, et que la terre ait un mouvement de rotation sur son axe de S vers B, ce spectateur, arrivé en B, verra l'astre dans la direction BG, faisant avec sa verticale BD un angle DBG égal à celui ASF, qui aurait lieu s'il fût resté en S, tandis que l'astre seul se fût mu de A vers O avec une vîtesse angulaire égale à celle de la rotation de la terre; d'où il suit que le phénomène du mouvement des astres autour de la terre s'explique également et par la rotation de la terre, en supposant les astres en repos, et par la marche des corps célestes, en supposant la terre en repos.

Puisque le mouvement des astres s'explique dans ces deux hypothèses, on doit chercher laquelle des deux est la plus probable, et examiner si toutes les apparences de ces mouvemens peuvent également s'expliquer par l'une et par l'autre.

142. Si l'on s'arrête un instant aux divers degrés de probabilité qu'offre chacun de ces mouvemens, on est porté à admettre de préférence celui de rotation de la terre; car, le centre du soleil étant éloigné de nous de 23,400 rayons terrestres, il faudrait qu'il eût dans son mouvement autour de notre globe une vîtesse 23,400 plus grande que

celle qui aurait lieu sur l'équateur terrestre, où, sur ce dernier, chaque point de la terre parcourt environ 400 mètres par seconde : d'où il suit que le centre du soleil parcourrait 9,360,000 mètres dans le même temps pour produire la même apparence. Si l'on considère d'ailleurs que le soleil est plus d'un million de fois plus considérable que la terre (124), on sentira que le volume de cet astre embrasserait l'orbe de la lune, et s'étendrait au-delà à une distance près d'une fois plus grande ; il est donc infiniment plus simple de supposer que le globe que nous habitons a un mouvement de rotation sur lui-même, que d'imaginer dans une masse aussi considérable que celle que présente le soleil un mouvement aussi rapide que celui qui lui serait nécessaire pour produire les mêmes effets.

143. Mais, ce qui doit principalement déterminer en faveur de la probabilité de la rotation de la terre, c'est le spectacle que nous offre le mouvement régulier des étoiles comparé à celui du soleil. En effet, si l'on admettait la marche extrêmement rapide de cet astre autour de la terre, il s'ensuivrait que les étoiles, étant à des distances infiniment grandes par rapport à nous, devraient avoir des vitesses infinies, et qu'étant à des distances différentes de notre globe, et cependant conservant toujours leurs positions relatives, le mouvement de chacune d'elles devrait être réglé de manière que ja-

mais ces positions ne pussent être troublées : l'on voit que toutes ces suppositions, dont l'admission exige des moyens qui surpassent l'imagination, se trouvent inutiles, et que le spectacle que nous offre le mouvement du ciel est expliqué par la seule *hypothèse* (1) de la rotation de la terre et de la fixité des étoiles.

144. Comme le mouvement diurne des astres paraît se faire d'orient en occident, et que, pour produire la même apparence par la rotation de la terre, il faut qu'elle ait un mouvement en sens contraire, il s'ensuit que le mouvement de rotation de notre globe se fait d'occident en orient, comme celui du soleil et de tous les corps célestes, ainsi que nous l'expliquerons par la suite.

145. Si la terre a sur son axe un mouvement dont la vîtesse fasse parcourir 400 mètres par seconde à tous les points de son équateur, comment se fait-il que les individus qui habitent sa surface ne sentent pas ce mouvement, tandis qu'ils en distinguent de très-faibles, quand ils ont lieu, sur quelque point particulier de la surface terrestre ? Et comment se fait-il aussi qu'ils puissent, sans s'en appercevoir, se trouver sur des points opposés de cette surface, de manière qu'ils soient placés alternativement de haut en bas, comme en A, fig. 55,

(1) HYPOTHÈSE vient du grec Υπο, *dessous*, Θεσισ, *je pose, supposition ;* c'est la supposition d'une chose, soit possible, soit impossible.

ou de bas en haut en C, ou de côté, comme en B et en D? — Ces questions, que font habituellement les personnes qui n'ont pas réfléchi à ce qui se passe sur la surface de la terre, et à l'action qui tend à en rapprocher les corps que l'on veut en éloigner; ces questions, disons-nous, sont faciles à résoudre. On ne distingue de mouvement dans l'air que par la résistance qu'il oppose aux corps qui se meuvent dans ce milieu : c'est ainsi que, lorsqu'on est dans la chambre d'un bateau qui se meut sur une eau tranquille, on distingue si peu son mouvement, que, si l'on fixe le rivage, on croit que c'est ce dernier seul qui se meut, et qu'on peut mesurer, par la vîtesse apparente de ce rivage, la vîtesse réelle du bateau : quant à l'atmosphère qui environne la terre (8), comme elle est entraînée dans son mouvement avec le spectateur, et avec une vîtesse égale, elle ne lui présente aucune résistance, et conséquemment aucun moyen de distinguer le mouvement de rotation du globe sur lequel il est placé. La situation du spectateur sur la surface de la terre ne peut pas non plus avoir d'influence sur lui, car il n'y tient pas en raison de telle ou telle situation particulière, mais par l'action générale de la pesanteur, et la tendance que tous les corps ont vers le centre de notre globe (5): c'est donc à cette tendance que sa position se rapporte; et, comme elle est la même dans toutes ses situations sur la terre se mouvant dans l'espace, il

s'ensuit qu'il ne doit appercevoir aucune différence entre ces diverses situations.

146. Le mouvement de rotation de la terre doit tendre à éloigner de son centre les corps qui sont à sa surface, et conséquemment agir en sens inverse de la pesanteur : cette force, que l'on appelle *centrifuge* (1), et sur laquelle nous reviendrons dans une des leçons suivantes, étant d'autant plus grande que la vîtesse elle-même l'est davantage, doit être en conséquence beaucoup plus considérable à l'équateur qu'aux pôles, et, par une suite naturelle, doit tendre à abaisser la terre aux pôles, à les élever à l'équateur, et à diminuer la pesanteur sur cette dernière partie : ces résultats de la théorie ont été confirmés par la mesure de la longueur des différens degrés d'un arc du méridien terrestre, et par l'observation du pendule.

147. En observant le mouvement apparent des étoiles autour de la terre, on remarque qu'il éprouve trois sortes de variations : la première est la *précession des équinoxes* (2); la seconde, la *nuta-*

---

(1) CENTRIFUGE vient du grec *κεντρον*, *centre*, *φυγανω fuir, s'écarter du centre;* c'est une force en vertu de laquelle les corps se portent du centre à la circonférence.

(2) PRÉCESSION vient du latin *precedere, aller au-devant;* c'est le mouvement insensible par lequel les

tion(1); la troisième, l'*aberration* (2). Nous allons examiner séparément chacun de ces mouvemens.

148. La *précession des équinoxes* est un mouvement général de toutes les étoiles, et commun à chacune, qui se fait d'occident en orient, et qui, changeant leur position par rapport à l'équateur terrestre, conserve celle qu'elles ont par rapport à l'écliptique.

On peut représenter cette variation en traçant autour des pôles S et V, et de l'écliptique L et M, fig. 56, deux cercles B C D E F X et A G H I K Y, parallèles à l'écliptique, et éloignés de ses pôles V, S, de 26°,0796, et supposant que les pôles du monde changent continuellement de position sur ces cercles en allant d'orient en occident, et décrivant chaque année un arc de 154″,63, de manière que les axes du monde A B, C G, D H, E I, F K, passent toujours par le centre de la terre T. Par ce mouvement, l'axe du monde tourne continuellement autour des pôles de l'écliptique, tandis que l'équateur

---

équinoxes changent de place et se transportent d'occident en orient.

(1) NUTATION vient du latin *nutatio*, *balancement*, *oscillation*; mouvement apparent que l'on observe dans les étoiles par rapport à l'équateur, et qui provient de l'action de la lune.

(2) ABERRATION vient du latin *aberratio*, *égarement*; c'est un changement apparent dans la situation des étoiles, par lequel elles paraissent s'éloigner de 62″,5 de leur véritable situation.

NO, PQ, toujours perpendiculaire à ces axes, observe sur l'écliptique un mouvement semblable à celui de l'axe du monde, et conserve la même inclinaison sur l'écliptique : les plans de celle-ci et de l'équateur, perpendiculaires à ces axes, doivent conserver la même inclinaison; mais les nœuds ou points d'intersection des deux plans doivent varier de position, et suivre le mouvement de l'axe : or, comme ces pôles se meuvent dans le ciel d'un mouvement rétrograde sur celui du soleil en décrivant par année un angle de 154″,63, les nœuds doivent de même rétrograder sur le mouvement du soleil, et par conséquent diminuer de 154″,63 celui qu'il doit faire pour revenir à l'équinoxe; ainsi l'année tropique, qui est le mouvement de cet astre par rapport aux équinoxes, doit être plus courte que l'année sidérale (105) du temps qui lui est nécessaire pour décrire cet arc. Les nœuds de l'équateur décrivant chaque année un arc de 154″,63 autour de l'écliptique, la révolution de la précession des équinoxes doit être de 25,868 ans environ.

149. La *nutation* ou la déviation des étoiles est un léger balancement qui a lieu dans le mouvement de l'équateur sur l'écliptique, et dont la *péripétie* (1)

(1) PÉRIPÉTIE vient du grec περιπέτεια, *changement, variété d'accident, changement de période ;* c'est un changement subit et imprévu.

paraît être absolument semblable à celle des nœuds de l'orbe lunaire.

On peut concevoir la nutation en imaginant une petite ellipse ABCD, fig. 57, tangente à la sphère céleste, et dont le centre H, que l'on peut considérer comme le pôle moyen de l'équateur, décrit uniformément chaque année 154″,63 du parallèle à l'écliptique MN sur lequel il est situé. Le grand axe AC de cette ellipse, toujours tangent au cercle de latitude et dans le plan de ce cercle, sous-tend un angle ATC de 62″2, et son petit axe BD sous-tend un angle BTD de 46″,3. La situation du vrai pôle sur cette ellipse se détermine ainsi : On trace sur le plan de l'ellipse ABCD, fig. 58, un petit cercle ASCV, qui a le même centre H, et dont le diamètre est égal à son demi grand axe HA ; ensuite on conçoit un rayon de ce cercle mu uniformément d'un mouvement rétrograde, de manière qu'il coïncide avec la moitié du grand axe HA la plus voisine de l'écliptique toutes les fois que le nœud ascendant de l'orbe lunaire coïncide avec l'équinoxe de printemps ; enfin, de l'extrémité E de ce rayon mobile, on abaisse une perpendiculaire EF sur le grand axe de l'ellipse ; le point G, où cette perpendiculaire coupe la circonférence de cette ellipse, est le lieu vrai du pôle de l'équateur.

150. Si la terre était immobile, il faudrait qu'indépendamment du mouvement diurne que les étoiles

auraient sur l'axe de l'équateur céleste, elles en eussent un second sur l'axe de l'écliptique, afin d'expliquer la précession des équinoxes, et un troisième de balancement pour expliquer la nutation ; car, la terre étant immobile, le pôle de l'équateur qui répond toujours au même point de la surface terrestre sera également sans mouvement : mais on vient de voir que ces deux variations pouvaient être expliquées; la première, en supposant au pôle de la terre un léger mouvement autour de celui de l'écliptique; la seconde, en supposant aussi un léger mouvement du pôle de l'équateur autour d'une ellipse dont le centre se meut uniformément autour du pôle de l'écliptique. « Ainsi, dit Laplace, le systême entier de tant de corps si différens par leur grandeur, leurs mouvemens et leurs distances, sera encore assujetti à un mouvement général, qui disparaît et se réduit à une simple apparence si l'on suppose l'axe de la terre se mouvoir autour de l'écliptique. »

151. Les étoiles ayant un mouvement diurne apparent dans le plan de l'équateur, et un mouvement annuel apparent dans le plan de l'écliptique, les astronomes, en déterminant la position des étoiles, ont dû la rapporter à ce plan; ils ont encore rapporté leurs distances à l'horizon, parce que les distances rapportées à ce plan sont les plus simples, les plus commodes, et qu'une fois connues on peut les rapporter facilement aux deux autres.

On appelle *hauteur méridienne* et *azimuth* (1) les distances rapportées à l'horizon : la *hauteur méridienne* est l'angle d'élévation de l'astre au dessus de l'horizon ; l'*azimuth* est l'angle formé par le méridien du lieu où est le spectateur, avec un plan vertical passant par le centre de l'astre.

La distance des étoiles rapportées à l'équateur se nomme *ascension droite* et *déclinaison.* (99)

Enfin on appelle *latitude* (2) et *longitude* (3) la distance des astres rapportées à l'écliptique.

152. La *latitude* est la distance d'une étoile ou d'une planète au plan de l'écliptique : elle diffère de la déclinaison, en ce que celle-ci est la distance de l'étoile à l'équateur (99). Pour avoir la latitude, on prend la distance angulaire de l'étoile au pôle de l'écliptique, on retranche cette distance de 100 degrés, et la différence donne la latitude de l'astre.

153. La *longitude* est l'angle formé par deux grands cercles, l'un passant par les pôles de l'écliptique sur lequel l'astre se trouve, l'autre passant par les mêmes pôles et le premier point du belier ; elle

---

(1) Azimuth vient de l'arabe *al*, le, *semt*, chemin droit ; c'est le plan vertical mené du spectateur à l'astre.

(2) Latitude vient du latin *latitudo*, largeur ; c'est la distance d'une planète au plan de l'écliptique.

(3) Longitude vient du latin *longitudo*, longueur ; c'est ici la distance entre un point de l'équinoxe et un point de l'écliptique qui s'élève en même temps que l'astre.

diffère de l'ascension droite (99), en ce que celle-ci est la distance angulaire de deux méridiens ou de deux grands cercles qui passent par les pôles de l'équateur. Il est bon de remarquer que, quelle que soit la position des deux plans, la longitude se compte toujours d'occident en orient; qu'ainsi la longitude d'un astre peut quelquefois être très-approchante de $400^{deg.}$

Soit D E G, fig. 59, l'équateur ; P p ses deux pôles; I C E L l'écliptique, Q, q ses deux pôles, la longitude d'un astre A est la distance C E sur l'écliptique du grand cercle Q A C q au point E de l'équinoxe de printemps.

Pour avoir cette distance, on peut prendre l'ascension et la déclinaison de l'astre (99), c'est-à-dire la distance B E de son méridien P A B p à l'équinoxe E, et sa distance A B à l'équateur D E G; faisant passer par les points A E un arc de grand cercle M E A N, on a le triangle sphérique E B A rectangle en B, dans lequel on connaît les deux côtés E B, B A et l'angle compris; d'où l'on peut déduire E A, car $\cos. EA = \cos. AB \times \cos. BE$. Dans le triangle sphérique A C E, on a l'*hypoténuse*(1) A E; mais, en résolvant E B A, on a pu connaître l'angle B E A, car $\text{tang. } E = \frac{\text{tang. } BA}{\sin. BE}$; et, comme on

(1) Hypoténuse vient du grec Υπο, *sous*, τεινω, *j'étends*; c'est le plus grand côté d'un triangle rectangle.

connaît l'angle B E C de l'équateur sur l'écliptique, on connaît l'angle C E A, qui est dans ce cas-ci la somme des deux angles : ainsi l'on connaît l'hypoténuse, l'angledroit et l'un des autres angles ; on peut donc connaître E C adjacent, car l'on a cotang. $EC = \frac{\text{cotang. AE}}{\text{cos. E}}$

On pourrait de la même manière déduire la latitude d'un astre par la détermination de son ascension droite et de sa déclinaison.

154. L'*aberration* est un mouvement circulaire ABCD, fig. 60, parallèle à l'écliptique EGFH que les étoiles paraissent décrire chaque année, et dont le diamètre du cercle décrit, vu du centre de la terre T, sous-tend un angle de 125″. En vertu de ce mouvement, la circonférence de la courbe ABCD, abcd, $\alpha\beta\gamma\delta$, décrite par chaque étoile, paraît sous la forme d'une ellipse plus ou moins aplatie, suivant la hauteur de l'étoile, au-dessus de l'écliptique. La courbe ABCD, décrite par l'étoile au pôle de l'écliptique, paraît un cercle, et celle $\alpha\beta\gamma\delta$, décrite sur l'écliptique, paraît une droite : dans toutes ces apparences, le petit axe de l'ellipse est au grand axe comme le sinus de la hauteur de l'axe, au-dessus de l'écliptique, est au rayon. Ce mouvement paraît suivre exactement celui du soleil dans son orbite, de manière cependant que le soleil en S est constamment plus avancé de 100 degrés que les étoiles en A, a, α.

155. L'aberration, découverte par Molineux et Bradley en 1728, est un des plus singuliers phénomènes que l'on ait observés en astronomie : son explication a présenté de grandes difficultés, et a exigé deux choses, la supposition du mouvement de la terre autour du soleil fixe au milieu du système planétaire, et la connaissance du mouvement de la lumière : ainsi ce phénomène étant une suite nécessaire du mouvement de la terre, dont nous allons nous occuper, doit être mis au rang des preuves les plus sensibles de ce mouvement.

§. XIX.

Du mouvement de la Terre autour du Soleil.

156. Au premier aspect nous nous persuadons que le soleil S, fig. 61, a autour de la terre un mouvement annuel d'occident en orient dans un orbe sensiblement circulaire S s Σ σ ς; mais il est facile de s'assurer que cette apparence peut également avoir lieu, soit que cet astre tourne autour de la terre, soit que la terre T tourne autour du soleil S d'occident en orient dans un orbe semblable T t θ τ 7.

157. Nous ne jugeons les mouvemens des astres qu'en les rapportant à la situation des étoiles; d'après cela, si l'on suppose qu'à une époque le soleil S, vu de la terre T, soit dans la direction d'une

étoile E, l'angle que font sur la terre le soleil et l'étoile sera le même, soit que, par son mouvement, le soleil ait été de S en s, soit que la terre ait été de T en t. En effet, les directions T E, t e, θ ε, sont parallèles, et les angles s T E, Σ T E, etc. sont égaux à ceux S t e, S θ ε formés par les positions de la terre sur son orbe, analogues à celles que le soleil présente dans son mouvement apparent; d'où il suit que, pour l'observateur placé sur la surface de la terre, l'un et l'autre mouvement offrent absolument la même apparence.

158. L'analogie (1) qui paraît exister entre la terre et les autres planètes confirme encore son mouvement de rotation et celui de translation autour du soleil : toutes les planètes ont en effet ce double mouvement, ainsi que nous le verrons dans les leçons suivantes. Ce mouvement de notre globe autour du soleil est conforme à cette loi générale par laquelle les petits corps célestes circulent autour des grands corps dont ils sont voisins; enfin, quand même ce mouvement de translation de la terre autour du soleil ne serait pas démontré, ainsi que nous venons de le dire, par l'explication du phénomène de l'aberration, on pourrait considérer comme une bizarrerie en contradiction avec le systême général de l'univers

(1) ANALOGIE vient du grec *ανα*, *de même*, *λογια*; *conséquence*; c'est une conformité entre deux objets.

cette opinion qui supposerait que notre globe, qui n'est pas la millionnième partie de celui du soleil (124), puisse entraîner cet astre autour de lui.

159. Nous avons vu que les satellites de jupiter s'éclipsent (66) toutes les fois qu'ils passent dans le cône d'ombre que cette planète *projette* (1); et nous exposerons plus bas comment, en observant les lois du mouvement de jupiter et de ses satellites, on peut déterminer les intervalles qui existent entre chacune de leurs éclipses, et dresser des tables sur ces observations. *Roëmer* observa sur la fin du XVIIe siècle que les éclipses des satellites de jupiter avançaient vers les *oppositions* (2) de cette planète sur l'instant indiqué par ces tables, et retardaient vers les conjonctions; ce qui lui fit présumer que la lumière, au lieu de se transmettre en un instant des astres à la terre, employait un espace de temps sensible à parcourir le diamètre de l'orbe terrestre.

En effet, si l'on suppose que le soleil est en S, fig. 62, la terre en T, que le cercle TABC est l'orbe terrestre, et que jupiter, placé en J dans les

---

(1) PROJETER vient du latin *projicere*, jeter; c'est la configuration d'un solide, d'un plan, d'une ligne ou d'un point jeté sur un plan.

(2) OPPOSITION vient du latin *oppositio*, contrariété; deux astres sont en opposition lorsque la terre est placée entre eux.

oppositions et en j dans les conjonctions, la distance S J = S j; on voit clairement que, dans les oppositions, jupiter en J est plus près de la terre T que dans les conjonctions en j, et que la différence de ces distances est T j — T J = T B; conséquemment que la lumière doit arriver plus tôt au point T, lorsqu'elle part du point J, que lorsqu'elle vient du point j, et cela de tout le temps qu'elle met à traverser l'orbe de la terre T B. La loi des retards observés répond si exactement à cette hypothèse, qu'il est impossible de se refuser à l'admettre; et il résulte de l'observation de Roëmer que la lumière met 1142″ à parcourir l'orbe solaire, par conséquent 571″ à venir du soleil S à la terre T.

160. On conçoit que, d'après cette observation, les corps doivent paraître d'autant plus tôt qu'ils sont plus près de la terre, et d'autant plus tard qu'ils en sont plus éloignés; et, par une suite naturelle, que les phénomènes lumineux très-éloignés paraissent encore, quoiqu'ils n'existent plus depuis long-temps: ainsi, en supposant les étoiles qui se montrent presque subitement, comme la fameuse étoile de 1572, cent mille fois plus éloignées de nous que le soleil, elles peuvent ne pas encore paraître, quoiqu'elles brillent d'un vif éclat depuis plus de dix-huit mois, de même qu'elles peuvent être encore visibles pour nous, quoique les causes qui les font briller n'existent plus depuis le même temps.

161. Si tout était en repos dans l'univers, les corps seraient vus dans la position où ils sont ; mais, si le corps visible et le point sur lequel le spectateur est placé sont en mouvement, alors la position apparente du corps visible dépendra de la vitesse et de la direction du mouvement de ce corps et du point duquel on le voit.

En effet, si le corps visible A, fig. 63, est seul en mouvement dans la direction AB, il paraîtra au spectateur en repos, qui est placé en T, dans la position A, quoiqu'il soit en *a*, si la distance A *a* est celle que le corps parcourt pendant que la lumière met à arriver de A en T, ou si les vitesses du corps et de la lumière sont entr'elles comme l'arc A *a* : AT ; car c'est par la direction des rayons reçus que l'on juge la position du corps qui les envoie : or, le corps étant en A envoie au spectateur en T des rayons suivant la direction AT ; et c'est seulement lorsqu'il reçoit ces rayons qu'il le voit dans cette direction ; cependant, lorsqu'ils lui arrivent, le corps est en *a*, où il ne peut le voir, puisque les rayons qu'il envoie de cette position ne lui arrivent pas encore : il le juge donc dans une position qui a précédé celle qu'il a réellement.

Si c'est le corps lumineux qui reste en repos tandis que le spectateur seul est en mouvement, le corps sera de même apperçu dans la direction où était le spectateur par rapport à ce corps lorsque le rayon

qu'il a reçu lui a été lancé, c'est-à-dire que, si le spectateur T, fig. 64, se meut dans la direction T B avec une vîtesse telle qu'il parcoure T *t* tandis que le rayon de lumière parcourra A T, lorsque l'observateur sera arrivé en *t*, il verra le corps lumineux en *a* dans une direction *t a*, parallèle à T A, qui est celle que le corps avait quand il a lancé le rayon de lumière qui est arrivé au spectateur; car le rayon qu'il reçoit en *t* lui vient bien suivant la direction A *t*; mais, comme il se meut vers B avec une vîtesse qui est à celle du rayon : : T *t* : T A, il choque la *molécule* (1) lumineuse dans la direction de son mouvement, et l'impression qu'elle fait sur lui est la même que si cette molécule était venue de B en *t* avec une vîtesse égale à celle du spectateur : ainsi ce dernier, en *t*, reçoit deux chocs du même rayon, l'un dans la direction A *t*, avec une force exprimée par A *t*, l'autre dans la direction B *t*, avec une force exprimée par B *t*; et, comme l'on sait que, lorsqu'un corps est sollicité par deux forces, l'effet produit est le même que s'il n'était sollicité que par une seule qui fût la résultante des deux, et que *a t*, parallèle à A T, est la résultante des deux forces A T, B *t*, il s'ensuit que le

(1) MOLÉCULE vient du grec μολα, *meule*, ou du latin *molere*, moudre; c'est la plus petite partie d'un corps.

spectateur doit voir l'astre en *a* dans la direction qu'il avait en A lorsqu'il était en T.

162. D'après les observations de Roëmer, la lumière met 571″ à venir du soleil S à la terre T, fig. 65, pendant lesquelles la terre parcourt autour du soleil un arc T t de 62″,5 : ainsi la vîtesse de la lumière est à celle de la terre comme le rayon est à un arc de 62″,5, ou comme S T est à l'arc T *t*.

163. A quelque distance de la terre que soit une étoile E, fig. 66, la vîtesse de la lumière, venant de cette étoile, sera à celle de la terre comme le rayon est à un arc de 62″,5 : si l'on suppose au point de l'orbe terrestre T, où se trouve la terre, un plan *e* E T *t* tangent à cet orbe et passant par l'étoile, on peut, à cause de l'arc infiniment petit que la terre parcourt pendant que la lumière lui vient de l'étoile, considérer le mouvement de la terre comme s'il avait lieu sur ce plan. La terre parcourant la distance T *t* tandis que la lumière lui vient du point E, l'étoile E, lorsque la terre sera en *t*, sera vue en *e* dans une direction telle, que l'angle E *t e*, formé par la direction vraie de l'étoile avec celle dans laquelle elle est vue, sera de 62″,5 : ainsi, pendant le mouvement continué de la terre, l'étoile paraîtra toujours distante de 62″,5 de sa vraie position. La terre tournant autour de son orbe, le plan tangent sur lequel l'étoile est vue tournera de même; ce qui fait que l'étoile apperçue paraîtra se mouvoir avec la terre

autour de l'étoile vraie, en s'en écartant toujours d'une distance de 62″,5; et, comme la terre fait le tour entier de son orbe en une année, l'étoile apparente décrira autour de l'étoile vraie une circonférence entière, parallèle au plan de l'orbe terrestre, en une année. Le soleil étant vu dans la direction T S, qui est celle du rayon de l'orbe, l'étoile étant apperçue dans le plan T H, tangent au point de l'orbe où aboutit le rayon dans la direction duquel on voit le soleil, et ces deux directions étant perpendiculaires entre elles, il s'ensuit que l'étoile est vue à 100 deg. de distance de la direction du soleil. Par le mouvement de la terre autour de cet astre, dans la direction T B, le soleil fixe en S semble se mouvoir de S en D; l'étoile étant dans la direction H, et paraissant aller de *e* en F ou de H en S, qui lui est parallèle, son mouvement est dans la direction de celui de cet astre; mais elle retarde sur lui de 100 deg. : ainsi le mouvement des étoiles, connu sous le nom d'aberration, n'est qu'une illusion produite par la combinaison du mouvement de la lumière avec celui de la terre; et, pour rapporter les étoiles à leur vraie position, il suffit de les placer au centre de la petite circonférence qu'elles semblent décrire.

164. L'aberration de la lumière affecte les positions des corps célestes, et les fait voir dans une position différente de celle qu'elles ont. Le mouvement apparent d'un corps dans l'espace se forme de

la combinaison de son mouvement réel avec celui de la terre : c'est cette combinaison de mouvement, observée de notre globe, que l'on nomme *mouvement géocentrique* (1). Si, au mouvement de l'astre, on ajoute celui de la terre que l'on suppose imprimé à l'astre en sens contraire, on a son mouvement géocentrique en supposant la terre en repos; l'on voit donc que, pour avoir la vraie position d'un astre à chaque instant, il faut le dépouiller de l'effet que produit l'aberration : ainsi on aura cette position vraie en ajoutant à la longitude et à la latitude géocentriques de l'astre observées, son mouvement géocentrique en longitude et en latitude, dans l'intervalle de temps que la lumière met à parvenir de l'astre à la terre.

Récapitulation.

165. Il résulte de tout ce que nous avons exposé dans cette leçon que la terre a deux mouvemens réels; l'un de rotation sur elle-même sur un axe dont la position est invariable par rapport à elle, l'autre de *translation* (2) autour du soleil; que le pre-

(1) GÉOCENTRIQUE vient du grec γῆ, *la terre*, κέντρον, *centre;* le mouvement géocentrique se fait autour de la terre dans une courbe dont le centre se réunit à celui de la terre.

(2) TRANSLATION vient du latin *trans*, au-delà, *latio*,

mier, qui est diurne, ne peut avoir aucune influence sur nous relativement aux diverses positions que nous avons sur sa surface, lesquelles sont indifférentes, et dérivent toujours de la loi générale de la pesanteur, et que, quant à la vîtesse de ce mouvement, elle ne peut pas plus être sensible que ne nous le serait celle d'un vaisseau qui voguerait sur une mer tranquille, et dans lequel nous serions renfermés ; que le second mouvement, c'est-à-dire celui de translation autour du soleil fixe au centre du système planétaire, est prouvé, soit par le rapport des masses entraînées, le soleil ayant une masse énorme comparée à celle qu'offre notre globe, soit par l'analogie qu'il doit y avoir entre les mouvemens de la terre et ceux des autres planètes, et aussi par la loi générale en vertu de laquelle les petits corps célestes tournent autour des grands dont ils sont voisins, soit enfin par l'aberration, dont il serait difficile d'expliquer la cause dans une autre hypothèse que celle du mouvement de la terre ; que cette aberration affectant le mouvement des corps célestes, on ne peut avoir leur position vraie qu'en les en dépouillant ; qu'indépendamment de ces deux mouvemens de la terre, son axe en a un particulier, qui produit la précession des équinoxes et la nuta-

---

action de porter; c'est l'action par laquelle un corps passe d'un lieu dans un autre.

tion; qu'en admettant ces divers mouvemens, les lois en vertu desquelles les corps célestes se meuvent sont uniformes; qu'enfin la pensée de ces mouvemens de notre globe réunit en sa faveur la simplicité, l'analogie, et tout ce qui caractérise le vrai système de la nature. « C'est ainsi, dit Laplace, que l'astronomie, s'est élevée à travers les illusions des sens; et ce n'a été qu'après les avoir dissipées par un grand nombre d'observations et de calculs, que l'homme enfin a reconnu le mouvement du globe qu'il habite et sa vraie position dans l'univers. »

Ve LEÇON.

DES APPARENCES DUES AU MOUVEMENT DE LA TERRE.

DU TEMPS ET DE SA MESURE.

§. XX.

Des apparences dues au mouvement de la terre.

166. TOUT spectateur en mouvement sur la surface de la terre remarque, dans les objets en repos qui sont placés à diverses distances de lui, des mou-

vemens très-différens : les plus voisins paraissent avoir, dans une direction opposée à son mouvement, des vîtesses d'autant plus grandes, qu'il s'en rapproche davantage ; et les objets les plus éloignés, tels que la lune et les astres, semblent se mouvoir avec lui et suivre sa route.

167. C'est par l'angle que les objets font avec une direction donnée, que l'on juge leur vîtesse ; ainsi, pour le spectateur en repos en S, fig. 67, le corps A, en se portant en *a*, paraît avoir une vîtesse plus grande que celle du corps B, quoique la distance B *b*, parcourue dans le même temps, soit double de A *a* : cette apparence est due à ce que la distance BS étant plus que double de SA, l'angle BS*b* est plus petit que l'angle AS*a*.

Ainsi, si un spectateur en S, fig. 68, apperçoit les corps B, C, D, E, sur une même droite, dans la direction d'un astre A, il verra, en se portant de S en *s*, tous les corps s'éloigner de cette direction en formant des angles B*sb*, C*sc*, D*sd*, d'autant plus grands, que les corps sont plus près de lui. Quant à l'étoile, ses deux directions SA, *sa*, sont sensiblement parallèles, à cause de sa grande distance à la surface de la terre comparée au petit espace parcouru par le spectateur ; et, comme ce dernier compare toujours la position de cette étoile aux objets qu'il a sous les yeux sur la surface de la terre, il lui semble qu'il s'éloigne avec elle, et l'accompagne dans sa marche.

168. On sait que, sur un vaisseau mu d'un mouvement uniforme, tous les corps sont entraînés par ce mouvement en conservant leurs positions respectives, et qu'un corps, lancé verticalement de bas en haut, retombe au point d'où il a été lancé absolument de même que si le vaisseau eût été sans mouvement lorsque le corps a été lancé et qu'il est retombé : cela résulte de ce que, en lançant le corps A, fig. 69, verticalement, c'est-à-dire de A en V, il est animé par deux mouvemens, le premier vertical A V, le second horizontal A *a* : par le premier seul il retomberait au point A, par le second il serait transporté au point *a* dans le temps qu'il aurait mis à redescendre; et c'est en vertu de ces deux mouvemens qu'il doit retomber au point *a*, qui est le même que celui où est arrivé le point A, d'où il a été lancé.

169. La terre ayant deux mouvemens, l'un de rotation sur son axe (140), l'autre de translation autour du soleil (156), un spectateur, placé sur la surface de la terre, doit porter sur la position des autres corps répandus dans l'espace un jugement dépendant de son mouvement, de même que nous avons vu que le spectateur, en mouvement sur la surface de la terre, porte sur les corps en repos un jugement dépendant de son mouvement (167). Nous allons examiner quels effets ce double mouvement doit produire sur les corps qui sont à la surface de la terre, ainsi que sur les étoiles et le soleil; enfin l'aberration, la précession des équinoxes et la nutation.

170. Tous les objets placés sur la surface de la terre doivent être entraînés dans son mouvement de la même manière que ceux qui sont placés dans un vaisseau mu d'un mouvement uniforme; car, le mouvement de la terre étant commun à tous les corps situés à sa surface et aux fluides qui en recouvrent une partie, leurs mouvemens relatifs sont les mêmes que si elle était en repos. Les fluides conservent leur niveau, ainsi qu'on l'observe lorsqu'on imprime un mouvement de rotation à un vase qui contient de l'eau. Un projectile, lancé verticalement de bas en haut, retombe au point d'où il était parti par la même loi qui agit sur celui qu'on lance dans un vaisseau (168): vu du vaisseau, le projectile semble décrire une ligne droite; vu du rivage, il décrit la parabole ABCDEFa, fig. 69: ainsi un corps, lancé de dessus la surface de la terre, décrit dans l'espace une courbe à double courbure, formée de la tendance générale de tous les corps au centre de la terre, du mouvement de rotation de notre globe et de son mouvement de translation, quoique le mouvement apparent de ce corps soit une ligne droite.

171. Par le mouvement de rotation de la terre, les astres ont un mouvement diurne apparent d'orient en occident; par celui de translation autour du soleil, ils décrivent dans le ciel une courbe semblable et parallèle à l'orbe de la terre, dans laquelle

les positions diffèrent de 200 degrés de celle de la terre sur son orbe.

En effet, soit la terre en T, fig. 70, et un astre en A; ce dernier sera vu par le spectateur sur la terre dans la direction T A; mais, si elle se meut sur l'orbe T *t* 7 θ, la direction de l'astre doit changer dans l'espace : ainsi, en suivant le marche de la terre en *t*, la direction sera *t* A; en 7, 7 A ; et en θ, θ A ; et ces changemens de direction, par rapport au mouvement de la terre, produiront sur le spectateur supposé en repos en T, fig. 71, la même apparence que si l'astre se mouvait dans la courbe A *a* *A'* *α*, dans laquelle les directions T A, T *a*, *T A*, T *α*, sont parallèles à celles T A, *t* A, 7 A, A: on voit donc que l'apparence qui s'offre à l'œil du spectateur mu sur la terre en T *t* 7 θ, fig. 70, est absolument la même que celle de l'astre A *a* *A* *α*, fig. 71, pour le spectateur en repos en T; car ici la courbe A *a* *A* *α* est semblable et parallèle à l'orbe de la terre T *t* 7 θ.

Mais, pour le spectateur placé sur la terre en mouvement, fig. 70, la plus petite inclinaison de l'astre est celle qu'il observe quand la terre est en T, et la plus grande lorsque la terre est en 7. Pour le mouvement de l'astre, fig. 71, la plus petite inclinaison est lorsque cet astre arrive en A, et sa plus grande lorsqu'il est en A; et, comme toutes les positions T 7 font avec celles A *A* des angles de 200 de-

grés, ainsi que toutes les autres positions sur les courbes, il s'ensuit que l'apparence de l'astre est toujours à 200 degrés sur la courbe de la position de la terre sur son orbe, et conséquemment que la position des astres sur leur courbe est la même que celle du soleil.

172. La courbe que l'astre paraît décrire dans le ciel est d'autant plus grande, qu'il est plus près de la terre, et d'autant plus petite, qu'il en est plus éloigné; car le diamètre de la courbe décrite est d'autant plus grand, que la différence des directions sous lesquelles on le voit des deux extrémités de l'orbe terrestre est plus considérable, et cette différence est d'autant plus considérable A T B — A *T* B et *a* T B — *a* *T* B, que l'astre en A et en *a* est plus près de l'orbe terrestre : donc le diamètre de la courbe décroît avec l'augmentation de la distance.

173. Il suit de cette proposition que les étoiles sont à une distance infiniment grande de la terre; car la courbe qu'elles paraissent décrire dans le ciel en vertu du mouvement de la terre est insensible, le diamètre de cette courbe étant insensible.

174. Par le mouvement de translation de la terre dans son orbite, les étoiles doivent paraître décrire annuellement une circonférence parallèle à l'écliptique, et dont le diamètre sous-tend dans le ciel un angle égal à celui sous lequel on voit leur

centre de deux extrémités de l'orbe : ce mouvement a beaucoup de rapport avec celui qui résulte de la combinaison de ceux de la terre et de la lumière, appelé *aberration*; mais il en diffère, en ce que les astres doivent avoir sur la circonférence qu'ils décrivent la même position que le soleil, tandis que, par l'aberration, elles en ont une qui retarde de 100 degrés sur le mouvement solaire : d'ailleurs, l'axe de la courbe qu'elles paraissent décrire en vertu du mouvement de la terre est insensible, et celui qu'elles décrivent par l'aberration sous-tend dans le ciel un angle de 125″.

175. Par le mouvement de rotation de la terre nous avons le jour et la nuit, et par son mouvement de translation autour du soleil nous avons les jours équinoxiaux et solsticiaux, et conséquemment les quatre saisons.

176. On sait que le jour est dû à la lumière du soleil quand il est au-dessus d'un hémisphère, et que la privation de cette lumière, dans le même temps, produit sur l'hémisphère opposé la nuit, et réciproquement : ainsi, que le soleil tourne autour de la terre supposée immobile, ou que la terre tourne sur son axe, dans un même espace de temps, devant le soleil immobile, toutes les parties de la terre seront successivement éclairées dans l'un ou l'autre cas, et auront également, dans ces deux hypothèses, le jour et la nuit.

177. On appelle mouvement *héliocentrique* (1) celui d'un astre autour du soleil. Par ce mouvement, la terre se meut dans un orbe elliptique à un des foyers duquel le centre du soleil est placé.

La plus petite distance de la terre se nomme *périhélie* (2), et sa plus grande *aphélie* (3) : ces distances, comme on voit, sont les mêmes que celles appelées périgée et apogée; mais leurs directions sont opposées.

178. La terre, dans sa révolution annuelle autour du soleil ayant son axe de rotation P p, Πϖ, *P p*, fig. 72, incliné sur le plan de l'écliptique O Q, doit avoir son mouvement de rotation dans le plan de l'équateur A B, αβ, *a b*; et, comme l'axe de la terre conserve toujours la même inclinaison, il en résulte que, dans la position A P B p, les rayons S D, s E, envoyés du soleil, éclairent plus l'hémisphère A D B que celui B E A, et conséquemment qu'on a alors l'été sur le premier hémisphère, et l'hiver sur le second : mais, lorsque la terre est à

---

(1) HÉLIOCENTRIQUE vient du grec Ηηλιοσ, *soleil*, κεντρον, *centre;* c'est le lieu ou le mouvement d'une planète par rapport au soleil considéré comme centre.

(2) PÉRIHÉLIE vient du grec Περι, *auprès*, Ηηλιοσ, *soleil;* c'est la plus petite distance du soleil.

(3) APHÉLIE vient du grec Απω, *au loin*, Ηηλιοσ, *soleil;* c'est le plus grand éloignement du soleil.

l'autre extrémité de son orbite *a d P b e p*, l'hémisphère le plus éclairé étant celui *a e b*, et le moins éclairé celui *a d b*, on conçoit que l'été et l'hiver ont changé d'hémisphère. Dans les positions extrêmes, où le soleil est perpendiculaire aux points les plus éloignés de l'équateur A B, *a b*, cet astre est dans les solstices; et, quand au contraire la terre se trouve en $\alpha \pi \beta \varpi$, également distante des solstices, le soleil étant perpendiculaire sur l'équateur, il est aux équinoxes : alors les deux hémisphères étant éclairés de la même manière, il y a égalité de jour et de nuit sur toute la terre, et conséquemment le printemps et l'automne. Il suit de là que l'ordre des saisons s'explique également bien, soit que l'on suppose au soleil un mouvement annuel autour de l'écliptique terrestre, soit que l'on suppose à la terre un mouvement annuel autour de cet astre, pendant lequel il conserve constamment la même inclinaison.

179. Nous avons vu que le mouvement apparent du soleil autour de la terre présentait six inégalités (135): la première, provenant du mouvement de cet astre dans une ellipse; la seconde, par son mouvement dans l'écliptique rapporté à sa marche diurne dans le plan de l'équateur; la troisième, dans la position du grand axe de l'ellipse et le mouvement de son périgée; la quatrième, dans le mouvement des nœuds ou des intersections de l'écliptique et de l'équateur; la cinquième, dans le rapprochement

presque insensible de l'équateur et de l'écliptique; la sixième, dans l'excentricité de son orbe. Ces six inégalités existent également en admettant le mouvement de la terre autour du soleil.

180. Comme le mouvement apparent de cet astre n'est qu'une illusion produite par le mouvement réel de la terre dans un orbe tout-à-fait semblable à celui que le soleil paraît décrire, les vîtesses angulaires de la terre sur cet orbe sont les mêmes que les vîtesses apparentes de cet astre; ainsi les vîtesses angulaires sont réciproques aux carrés des rayons vecteurs, et les aires décrites par ces rayons sont proportionnelles aux temps.

181. Pour que la terre se meuve sur l'orbe solaire en conservant toujours la même inclinaison sur son axe, il faut que chaque point de l'écliptique terrestre se présente successivement au soleil dans son mouvement autour de cet astre; ainsi, si la terre T, fig. 73, en se mouvant sur l'orbe T *t* D E G, présente au soleil S le point A de son écliptique, elle lui offrira dans la position *t* le point *c* éloigné du point *a* (qu'elle lui présentait dans la première situation) de l'arc *a c*, mesure de l'angle *a t c* égal à l'angle *t s* T que la terre a décrit autour du soleil, et qui lui-même égale l'angle I *t s* que le soleil paroît avoir décrit. Puisque dans ce mouvement les arcs journaliers de la terre autour du soleil se comptent sur l'écliptique terrestre, comme les angles journaliers de cet astre

se compteraient sur l'écliptique céleste, et que ces angles doivent être rapportés au mouvement diurne de la terre sur le plan de l'équateur, les inégalités qui résultent dans le mouvement du soleil, relativement aux arcs de l'écliptique céleste rapportés à l'équateur céleste, sont les mêmes que celles des arcs de l'écliptique terrestre rapportés à l'équateur terrestre; ainsi, à partir des équinoxes, ces arcs sont plus petits dans le rapport du cosinus de l'angle d'inclinaison des deux plans au rayon, et, dans les solstices, l'angle rapporté est plus grand que l'angle vrai dans le rapport du rayon au sinus de l'angle d'inclinaison des deux plans.

182. On conçoit aussi que le grand axe de l'ellipse de l'orbe terrestre étant constamment dans la même direction du grand axe de l'ellipse de l'orbe solaire, toutes les inégalités produites par le mouvement de celui-ci doivent être les mêmes dans le mouvement de l'autre.

183. Le mouvement de l'axe de la terre autour des pôles de l'écliptique occasionnant un mouvement rétrograde dans les nœuds de l'orbe terrestre avec le plan de l'équateur, et ce mouvement étant le même, soit que la terre se meuve autour du soleil, soit que cet astre se meuve autour de notre globe, on sent que les inégalités qui en résultent, affectant de la même manière l'un ou l'autre de ces mouvemens, les inégalités produites doivent être les mêmes dans les deux cas.

184. L'inégalité produite par le mouvement de la terre dans son orbe, rapporté à son mouvement diurne dans le plan de l'équateur, étant la même dans l'hypothèse de la marche du soleil autour de notre globe, que dans celle de la terre autour de cet astre; dans l'une et dans l'autre les inégalités étant proportionnelles au rapport du rayon au cosinus de l'angle d'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, la variation dans la grandeur de l'angle doit produire dans les deux cas des inégalités semblables.

185. L'orbe dans lequel le soleil paraît se mouvoir étant le même que celui dans lequel la terre se meut, il en résulte que la variation dans l'excentricité du premier doit affecter de la même manière le second.

Récapitulation.

186. Il résulte de ce que l'on vient d'exposer que le mouvement de la terre produit diverses apparences, telles que le mouvement des astres, celui du soleil, le jour et la nuit, les saisons, la précession des équinoxes, la nutation, lesquelles apparences mieux approfondies ont été rapportées à leurs vraies causes; que le mouvement de la terre étant insensible à sa surface, tout s'y passe comme dans un vaisseau emporté par un mouvement commun; que le mouvement de notre globe autour du soleil

produisant une apparence de mouvement semblable au sien dans tous les corps célestes, au moyen duquel l'angle que leur diamètre sous-tend est d'autant plus grand que ces corps sont plus près du soleil, on a dû juger que les étoiles sont à des distances infinies, puisque leur mouvement est insensible; enfin, que les six inégalités que nous avions précédemment observées, en supposant le mouvement du soleil autour de la terre, s'expliquent également bien, en admettant celui de notre globe autour de cet astre.

§. XXI.

Du Temps et de sa mesure.

187. Toute espèce de mouvemens uniformes est propre à mesurer le temps: parmi ceux qui existent on a choisi celui qui marque la durée du jour moyen comme étant simple et commode.

188. Il existe deux sortes de jour (97 et 104), le sidéral et l'astronomique: le premier, qui est la durée d'une révolution de la terre par rapport aux étoiles, est uniforme, 1° parce que le mouvement de la terre qu'il représente est uniforme; 2° parce que le mouvement sur l'écliptique rapporté à l'équateur est nul pour les étoiles; le second, qui est la durée d'une révolution de la terre par rapport au soleil, est variable et se compose du jour sidéral, plus du temps

que la terre met dans cette durée à décrire la portion de l'arc qu'elle parcourt autour du soleil pendant sa révolution annuelle. En prenant pour unité le jour astronomique moyen (138), le jour sidéral = 0 jour 99726972.

189. L'année sidérale étant la durée de la translation de la terre autour du soleil rapportée aux étoiles ; l'année tropique, la durée du mouvement de la terre entre deux équinoxes de printemps ; et les équinoxes ou points d'intersection de l'écliptique sur l'équateur ayant un mouvement rétrograde ou opposé à celui de la terre, par lequel ces points décrivent un arc inégal, dont la moyenne est de 154″, 63, la durée de l'année sidérale, qui se trouve à peu près uniforme, est de 365 jours 25630″ ; mais l'année tropique est variable et se compose de l'année sidérale, moins le temps que la terre met à parcourir l'arc variable de rétrogradation de l'écliptique, et comme la durée nécessaire pour parcourir l'arc moyen est de 0,01214″, l'année tropique moyenne est de 365 jours 24222″.

190. Pour mesurer les parties de la durée on emploie comme unité le jour astronomique, ou le retour du soleil au même méridien ; pour mesurer de plus longues durées on se sert de l'année tropique, ou du retour de la terre aux mêmes équinoxes. Tout le monde sait que la réunion de cent années forme un siècle, et que l'année se divisant en jours, cha-

cun de ceux-ci se divise en heures, l'heure en minutes, la minute en secondes, etc.

191. Toute durée devant avoir un commencement, le jour doit commencer au passage d'un méridien dans le rayon vecteur de la terre au soleil, l'année d'une position de la terre sur l'écliptique, et l'ère, qui est le commencement de toutes les révolutions, d'une position observée et déterminée du grand axe de l'ellipse terrestre, par rapport à l'intersection de l'équateur et de l'écliptique.

192. L'ère commence à des époques différentes chez toutes les nations, parce que chacune a pris pour origine de son ère un événement remarquable, qui lui est ordinairement particulier : cette diversité dans le choix de l'origine de la durée nécessite des calculs continuels pour rapporter à une ère les observations faites dans une autre; il serait donc à desirer que tous les peuples adoptassent une même ère; mais, pour qu'elle fût également utile à tous, et que son origine ne contrariât les principes politiques ou religieux d'aucun, il faudrait que cette origine, indépendante des révolutions morales, fût fondée sur les phénomènes astronomiques. Laplace desirerait qu'on prît pour origine de l'ère l'instant du passage du grand axe de l'orbe terrestre par l'équinoxe : cependant, comme cette époque est très-éloignée de nous, pour la fixer avec exactitude, il invite à prendre celle où ce grand axe étant perpendiculaire à l'équinoxe,

le solstice vrai coïncidait avec le solstice moyen ; ce qui ne remonte qu'à l'an 1250 de l'ère chrétienne.

193. La durée moyenne de l'année étant de 365 jours 24222″, on a imaginé des *périodes* (68) ou *cycles* (1), afin de donner à chaque année un nombre de jours complets, et l'on a eu ainsi des années de 365 et des années de 366 jours ; mais la différence qui existe entre les périodes de chaque nation en établit dans les dates et les indications des phénomènes : l'inexactitude de plusieurs de ces périodes a placé quelquefois les fêtes consacrées à l'agriculture hors des saisons où elles devaient naturellement se célébrer. Pour détruire et prévenir la confusion produite par la diversité des périodes, on pourrait rapporter l'origine de l'année à un phénomène astronomique. Laplace desirerait qu'elle fût fixée à l'équinoxe de printemps, au moment de la renaissance de la nature sur notre hémisphère, et que l'on prît en conséquence, pour origine de l'ère, l'équinoxe de printemps à l'époque où le grand axe de l'écliptique était perpendiculaire à la droite d'intersection des plans de l'équateur et de l'écliptique, qui arriva le 15 mars 1250, à 6 heures 3575″, temps moyen à Paris.

---

(1) Cycles vient du grec κυκλοσ, *cercle*, *révolution ;* c'est une *période* ou une suite de nombres qui procèdent par ordre jusqu'à un certain terme, et qui reviennent ensuite les mêmes sans interruption.

194. Le jour commence à différentes époques chez plusieurs nations ; mais Laplace pense qu'il serait naturel de le commencer à minuit, c'est-à-dire au passage du soleil sur le méridien opposé, afin de pouvoir comprendre dans sa durée tout le temps de sa présence sur l'horizon.

195. Enfin ce savant pense que la division du jour en dix heures, celle de l'heure en 100 minutes, de la minute en 100 secondes, est la plus simple ; que l'année doit être divisée en quatre saisons de chacune trois mois, le mois en trente jours, et qu'il faut, comme les Egyptiens, rejeter en dehors de l'année les jours excédans 360, pour former les jours complémentaires.

196. Les nations maritimes font passer par leurs villes capitales le premier méridien terrestre, d'où elles comptent les autres ; ce qui donne aux cartes marines une sorte de défectuosité, en ce qu'elles indiquent chacune, pour un même lieu, un nombre différent de méridiens. Long-temps les puissances maritimes de l'Europe se sont occupées de la fixation d'un méridien commun et universel, afin de compter de ce point toutes les longitudes terrestres ; Laplace desirerait que l'on prît celui dont le minuit correspondait à l'instant de l'équinoxe moyen du printemps, à l'origine de l'ère, fixée comme nous l'avons dit plus haut à l'an 1250, lequel méridien est à l'orient de Paris de 185$^{\text{deg.}}$ 30′.

197. Dans le cas où, par une longue suite de siècles écoulés, il serait difficile de retrouver avec précision l'origine de l'ère par le seul mouvement du périgée, Laplace indique, comme un moyen propre à lever toutes les incertitudes, la remarque qu'au moment de l'équinoxe moyen, la longitude moyenne de la lune, en ayant égard à son équation séculaire ou à sa moyenne distance au soleil, était de 143°,7797″.

Résumé.

198. Il suit des observations que nous venons de rapporter que les variations dans la manière de compter la durée du temps et la différence qui existe entre les ères adoptées par chaque nation, jetant beaucoup de confusion dans les dates des faits et celles de l'observation des phénomènes, il serait utile pour tous les peuples qu'ils adoptassent pour la mesure du temps un mode immuable, uniforme, et tel qu'on peut l'obtenir des grands phénomènes astronomiques, en faisant coïncider dans le choix de l'époque l'origine de l'ère et celle de l'année; que cette double origine pourrait être fixée au 15 mars 1250 de l'ère chrétienne, à 6 heures 3575″, temps moyen à Paris, attendu que cette époque est celle où le soleil passant à l'équinoxe de printemps, le grand axe de l'écliptique était perpendiculaire à cette équinoxe; que les divisions les plus simples sont celles de l'an-

née en quatre saisons et en douze mois, celle du mois en trente jours (en rejetant à la fin de l'année les jours complémentaires), celle du jour en dix heures, qui se compteraient en partant de minuit ou du passage du soleil au méridien opposé au lieu de l'observateur ; enfin celle de l'heure en 100 minutes, et la minute en 100 secondes ; que l'on pourrait également faire cesser la confusion qui règne dans les cartes marines par suite de la diversité du lieu que chaque nation maritime a désigné pour premier méridien, en fixant une origine unique pour méridien universel ; que ce premier méridien commun pourrait être celui dont le minuit correspondait à l'époque fixée comme origine de l'ère proposée, lequel est à 185 $^{\text{deg.}}$ 30′ à l'orient de Paris.

VIe LEÇON.

DES MOUVEMENS DE LA LUNE. DE LA THÉORIE DES ÉCLIPSES DE SOLEIL ET DE LUNE.

199. La lune a, comme le soleil, trois mouvemens distincts; l'un diurne d'orient en occident, l'autre périodique autour de la terre, le troisième de rotation sur son axe.

§. XXII.

Du mouvement diurne de la Lune.

200. Ce mouvement n'est qu'apparent, puisqu'il n'est produit, comme le mouvement diurne de tous les astres, que par la rotation de la terre sur son axe (141). Si la lune était fixe dans le ciel comme une étoile, la durée de ce mouvement diurne apparent serait de $0^{j}.99227$; mais, comme elle a d'occident en orient un mouvement L l, fig. 74, dans le sens de celui de la terre S B, et que, par ce mouvement, elle décrit un arc moyen L l de $14°6410''$ avant que le spectateur en S l'ait rejointe en s, il

s'ensuit que l'excès du jour lunaire sur la durée moyenne du mouvement diurne de la terre, doit être de 0 ^{jour} 03680″, et que le jour lunaire est de 1 jour 03407″, c'est-à-dire de 0 ^{jour} 03407″ plus long que le jour solaire. En effet, si l'on compare la marche de la lune à celle du soleil, on voit que, lorsque l'un et l'autre se lèvent ensemble, la lune se couche plus tard, et continue à se lever et à se coucher plus tard, jusqu'à ce qu'elle ait fait une révolution entière pour rejoindre le soleil.

§. XXIII.

Du mouvement périodique de la Lune.

201. Si le mouvement diurne du soleil, plus lent que celui des étoiles, donne à cet astre, par rapport à elles, un mouvement d'occident en orient, la lune, dont le mouvement diurne est plus lent encore que celui du soleil, doit, à plus ſorte raison, en avoir un dans le même sens. En observant jour par jour la position de la lune par rapport aux étoiles, on voit qu'elle se meut en effet dans cette direction, et que la durée de ce mouvement sidéral est de 27 ^{jours} 32166″.

202. On ne compare pas seulement le mouvement de la lune aux étoiles, mais encore à ses *syzy-*

gies (1). On nomme ainsi la position de deux astres dans une même droite avec la terre T, fig. 75, ces deux astres étant en opposition L S, ou bien en *conjonction* (2) *l* S. La durée du mouvement de la lune, par rapport à ses conjonctions avec le soleil, se nomme révolution *synodique* (3); elle est plus longue que la révolution sidérale de 2 jours 20893″, c'est-à-dire qu'elle est de 29 jours 53059″. En effet, pendant que la lune L, fig. 76, en conjonction avec le soleil, se meut autour de la terre T pour faire sa révolution sidérale L M N O, celle-ci se meut autour du soleil de T en *t*, la lune a fini sa révolution sidérale en *l* sans être en conjonction *t m s*; et il faut, pour que la conjonction ait lieu, que la lune décrive un nouvel arc *l m*, dont l'angle *l t m* autour de la terre soit égal à l'angle T S *t* que la terre a décrit autour du soleil : ainsi la révolution synodique doit être plus grande que la révolution sidérale d'un angle

---

(1) Syzygies vient du grec Συζυγια, *jonction, union, société*; c'est la rencontre de trois astres sur une même droite.

(2) Conjonction vient du latin *conjonctio*, union, liaison; deux astres sont en conjonction lorsqu'ils sont d'un même côté par rapport à la terre.

(3) Synodique vient du grec Συν, *avec*, οδοσ, *chemin*, c'est-à-dire qui se rencontre sur le même chemin; c'est la rencontre du soleil et de la lune dans une même situation par rapport à la terre.

qui dépend du rapport des vîtesses de la lune autour de la terre et de la terre autour du soleil; plus la première vîtesse sera grande par rapport à la seconde, moins la révolution synodique différera de la révolution sidérale.

Appelant V la vîtesse de la terre, v la vîtesse de la lune, c la circonférence du cercle, x l'arc que la lune doit parcourir autour de la terre de plus que son mouvement sidéral pour effectuer son mouvement synodique, on aurait, si les vîtesses étaient uniformes, $V : v :: x : c + x$; d'où la tire $x = \frac{V\,C}{v - V}$

203. En observant jour par jour les directions de la lune dans le ciel, ainsi que ses distances à la terre, on peut tracer la courbe qu'elle décrit dans l'espace.

204. Parmi toutes les méthodes employées pour prendre la distance de la lune à la terre, celle que l'on préfère consiste à faire observer cet astre L, fig. 77, par deux spectateurs placés en A et B dans deux positions connues, et à leur faire prendre dans le même instant l'angle de sa direction A L, B L, avec les verticales A D, B F; cela fait, on connaît l'angle A C B, les rayons de la terre A C, A B : donc la corde $AB = 2 \sin. \frac{ACB}{2} \times AC$. On connaît aussi les angles L A C, L B C, supplémens de D A L, F B L, ainsi que les angles

$CAB = CBA = \frac{200^{\text{deg.}} - ACB}{2}$; d'où il suit que l'on connaît $LAB = LAC - BAC$ et $LBA = LBC - ABC$; conséquemment dans le triangle LAB on connaît les angles LAB, LBA et le côté compris entre eux : donc on connaît les côtés LA et LB. De même, dans les triangles LAC ou LBC, on connaît l'angle LAC ou LBC, et les côtés LA, AC, ou LB, BC, qui forment ces angles : donc on doit connaître le rayon vecteur ou la distance de la lune LC, qui a près de 60 rayons de la terre.

204. Le rayon de la terre TR, fig. 78, est vu de la lune L, à sa distance moyenne LT, sous un angle TLR de 10661″; celui de la lune LR est vu de la terre T sous un angle LTr de 2911″ 5 : ainsi le rapport des rayons est à peu près : : 11 : 3; donc le diamètre de la lune est à peu près les $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, et son volume $\frac{1}{49}$ de celui de la terre.

205. Lorsque l'on connaît le diamètre de la lune pour une distance, on détermine toutes les autres distances, attendu qu'elles sont réciproques aux diamètres apparens. (127)

206. La courbe déduite des observations sur les directions du rayon vecteur de la lune et de la distance de la lune à la terre pour chaque direction, est une ellipse ALBM, fig. 79, à un des foyers de laquelle le centre de la terre T est placé. Si l'on prend pour

unité la moyenne distance TM de cette ellipse au foyer, son excentricité CT = 0, 0550368.

207. L'orbe de la lune et celui de la terre ne sont pas dans un même plan; le premier L *l*, fig. 80, est incliné sur le second TS *t* de 5°, 7188″.

208. Le mouvement périodique de la lune éprouve trois sortes d'inégalités; 1° dans sa vîtesse; 2° dans le mouvement de son orbe; 3° dans sa courbure.

209. Les inégalités dans sa vîtesse s'observent, soit dans les arcs de l'ellipse qu'elle parcourt dans des temps égaux, soit dans la durée de sa révolution sidérale.

210. L'observation a fait connaître que la lune a sur son orbe des vîtesses différentes, en raison de sa proximité à la terre; qu'au périgée cette vîtesse est la plus grande, tandis qu'à l'apogée elle est la plus petite; que ces vîtesses sont telles, que la plus grande équation du centre est de 7°, 0099″ (132), et que les vîtesses angulaires sont réciproques aux carrés du rayon vecteur : de là, que les aires tracées par ce rayon sont proportionnelles aux temps (130). Cette inégalité est semblable à celle du mouvement de la terre dans son orbe elliptique.

211. La durée de la révolution sidérale de la lune n'est pas toujours la même; car, en comparant les observations modernes aux anciennes, on remarque qu'il y a une accélération dans le moyen mouvement de cet astre. Laplace a trouvé, par la découverte de

sa cause, que cette accélération, peu sensible depuis l'éclipse la plus ancienne dont l'observation nous ait été conservée, est soumise à un mouvement périodique; et l'on conçoit qu'il faudrait une suite d'observations faites pendant un grand nombre de siècles pour en déduire exactement la loi qu'elle suit.

212. L'orbe lunaire a trois sortes de mouvemens: l'un dans son grand axe, l'autre dans ses nœuds, le troisième dans son inclinaison sur l'orbe de la terre, lesquels sont analogues à ceux de l'orbe terrestre.

213. Le grand axe de l'orbe lunaire A T B, fig. 81, a un mouvement autour du centre de la terre T d'occident en orient A *a*, dans le sens du mouvement de la terre, en vertu duquel il décrit $0^{deg.},1237''$ par jour. La révolution sidérale du périgée T A est de $3232^{jours}57900''$; mais cette révolution n'est pas constante; et pendant que le mouvement de la lune s'accélère de siècle en siècle, celui de son périgée se ralentit.

Au commencement de 1750 les distances de la lune L et du périgée *a*, à l'équinoxe moyen du printemps T E, étaient de $209^{o},2082''$ et $30^{o},3168''$.

214. Si le plan de l'orbe lunaire A C B D, fig. 82, avait une position constante dans l'espace, la ligne A B, qui est celle d'intersection de cet orbe avec l'orbe terrestre T *t* M θ, conserverait la même direction pendant toute la durée du mouvement de la terre T sur son orbe; d'où il suivrait que, dans les

positions T, t, θ de la terre, la direction des nœuds serait A B, $a\ b$, $\alpha\ \beta$; et, si la direction des nœuds A B était dans celle du rayon vecteur S T lorsque la terre est en T, il faudrait qu'elle fît une révolution entière sur son orbe pour que les nœuds se trouvassent dans la même position par rapport au rayon vecteur de la lune au soleil : ainsi l'année, rapportée aux nœuds de la lune, serait la même que l'année sidérale ; mais, comme l'orbe lunaire change continuellement de direction dans l'espace, celle des nœuds doit varier aussi. On a observé que le mouvement des nœuds était rétrograde sur celui de la lune, c'est-à-dire que, tandis que cet astre se meut de B″ en b ou d'occident en orient, les nœuds se meuvent de b en B″ ou d'orient en occident ; d'où l'on voit que, par le mouvement contraire de ces nœuds, leur direction A′ B' doit se trouver dans celle du rayon vecteur S θ avant que la terre n'ait fait sa révolution entière, et que ce mouvement est tel, que l'année, rapportée aux nœuds de la lune, avance sur l'année tropique de 18 jours 62259″, et que la durée moyenne d'une révolution de la terre, rapportée aux nœuds de l'orbe lunaire, est de 346 jours 61963″.

L'orbe lunaire coupe le plan de l'orbe terrestre en deux points A B ; le premier, incliné sur le second, est coupé par ce plan en deux parties, l'une B C A, qui s'élève au-dessus de l'écliptique, l'autre

A D B, qui s'abaisse au-dessous; et c'est dans ce plan que la lune se meut. On appelle *nœud ascendant* (1) le point B d'où cet astre s'élève au-dessus de l'écliptique, et *nœud descendant* le point A d'où il s'abaisse au-dessous. Au commencement de 1750 la distance moyenne du nœud ascendant B, à l'équinoxe du printemps T E, était de 311 deg. 4814″ : la durée de la révolution sidérale des nœuds était, à cette époque, de 6793 jours 46500″, et en l'an 7 de 6793 jours 64,700″.

Le mouvement des nœuds de l'orbe lunaire est assujetti à plusieurs inégalités, dont la plus grande est proportionnelle au sinus du double de la distance angulaire du soleil S *t* B″ au nœud ascendant B″ de l'orbe lunaire; il s'élève à 1° 8105″ dans son maximum, c'est-à-dire lorsque les distances angulaires sont 50, 150, 250, 350 degrés : ces inégalités sont nulles lorsque les angles sont de 100, 200, 300 degrés.

215. Nous avons vu que l'orbe lunaire L *l*, fig. 80, est incliné sur l'orbe terrestre (207), et que l'angle moyen de son inclinaison est de 5 deg. 7188″. Cet orbe, oscillant sur l'orbe terrestre, fait varier son inclinaison; sa plus grande variation, qui est de 1631″, est proportionnelle au cosinus du double de

---

(1) Ascendant vient du latin *scandere*, monter; le nœud ascendant est celui d'où l'astre s'élève au-dessus de l'écliptique.

la distance angulaire du soleil au nœud ascendant de l'orbe lunaire.

216. Les inégalités observées dans la courbure de l'orbe lunaire et dans les vîtesses de la lune sont de trois sortes : l'*évection*, la *variation* et l'*équation annuelle*.

217. L'*évection* (1) est un changement dans la courbure de l'orbe lunaire A B C D, *a b c d*, fig. 83, par lequel il s'approche ou s'éloigne de la forme du cercle : ce changement dépend des distances respectives du soleil S, de la lune L et de la terre T ; le maximum d'inégalité, qui est de 1 ° 4092″, est proportionnel au sinus du double de la distance angulaire L T S de la lune au soleil vue de la terre, moins la distance L T A de la lune au périgée de son orbite : dans les oppositions et les conjonctions, cette inégalité se confond avec l'équation du centre qu'elle diminue constamment.

218. La *variation* est une augmentation ou une diminution dans le mouvement moyen de la lune, en raison des situations respectives du soleil S, de la lune L et de la terre T, fig. 84 ; cette inégalité, qui a été déduite de la théorie, est nulle dans les syzygies S L T, S T L′, ainsi que dans les *quadratures* (2)

(1) ÉVECTION vient du latin *evehere*, transporter au dehors.

(2) QUADRATURE vient du latin *quadratus*, carré ;

S T *l*, S T λ : son maximum est de 0 deg. 6608″ ; on l'observe lorsque les angles du soleil et de la lune à la terre S T A, S T B, S T C, S T D, sont de 50, 150, 250, 350 degrés : ainsi cette inégalité est proportionnelle au sinus du double de la distance moyenne angulaire de la lune au soleil.

219. L'*équation annuelle* est une inégalité dans la vîtesse de la lune dépendante de la distance rectiligne S T, fig. 85, de la terre T au soleil S ou *s* : la vîtesse de la lune augmentant au périgée et diminuant à l'apogée (210), et cela réciproquement au carré de son rayon vecteur, plus la lune est éloignée de la terre, et plus son mouvement diminue. La distance de la lune à la terre variant de même que celle du soleil, plus ce dernier est près de la terre, plus la lune en est éloignéee : ainsi la vîtesse de la lune doit diminuer lorsque le soleil s'approche de la terre, et augmenter lorsqu'il s'en éloigne ; mais on a vu que la vîtesse apparente du soleil est d'autant plus grande, qu'il est plus près de la terre (129) ; d'où il suit que les inégalités dans les vîtesses de la lune doivent être contraires à celles du soleil : dans son maximum, cette inégalité, qui est de 0 deg. 2064″, se confond dans les éclipses avec l'équation du centre du soleil.

---

c'est une position par laquelle les directions de deux astres avec un troisième forment un angle droit.

§ XXIV.

Du mouvement de rotation de la Lune.

220. Le disque lunaire offrant un grand nombre de taches invariables (30), ces taches, que l'on a observées et décrites avec soin, se présentant toujours de la même manière, on a dû conclure que cet astre tourne constamment la même face vers la terre.

Puisque dans son mouvement elliptique $L\,l\,L'\,\lambda$ fig. 86, autour de la terre, il présente toujours la même face L, l, L′, λ, il faut que le diamètre L B, $l\,b$, L′B′, $\lambda\,\beta$ soit toujours dirigé vers elle : cependant, dans ses diverses positions, ce diamètre fait, avec le grand axe B T B ou ses parallèles A C, $\alpha\,\gamma$, des angles qui varient comme la position de la lune sur son orbe. En se mouvant de L en l, d'occident en orient, le diamètre $l\,b$, d'abord dans la direction A C, s'est mu d'occident en orient de A en l, et l'angle que forment ces deux lignes est le même que celui que la lune a décrit de L en l autour de la terre T; la lune continuant à se mouvoir sur son orbe, le diamètre B′ L′ s'éloigne de plus en plus de sa première direction jusqu'à ce que l'astre soit revenu en L, où l'axe L B est dans sa première position : d'où l'on voit qu'en même temps que la lune a un mouvement périodique autour de la terre, elle a un mouvement

de rotation sur son axe, dont la durée est égale à celle de sa révolution autour de notre globe.

221. Ce mouvement de rotation de la lune a des inégalités, dont une est réelle, et les autres apparentes ; ces dernières sont au nombre de trois ; elles proviennent, 1° du mouvement de cet astre sur son orbe ; 2° de l'inclinaison de l'axe de la lune sur son orbe ; 3° de la position de l'observateur sur la surface de la terre. L'inégalité réelle est produite par la libration, qui est, ainsi que nous l'avons vu (31), une oscillation dans l'axe de la lune.

222. La lune ayant sur son axe un mouvement de rotation uniforme, et sur son orbe un mouvement inégal plus vif au périgée qu'à l'apogée, et le mouvement de rotation ne participant pas d'une manière sensible à ces inégalités, il doit être variable par rapport au rayon vecteur L T, fig. 87, et le globe de la lune doit osciller sur ce rayon de A en *a*, et de *a* en A ; ces oscillations, correspondant aux inégalités de son mouvement périodique, doivent faire découvrir alternativement au spectateur S des parties A *b*, *a* B de sa surface.

223. L'axe de rotation de la lune A B, *a b*, fig. 88, est incliné sur le plan de son orbe L T *l* ; son inclinaison forme un angle A L T de 94° 28 12″. En supposant que, dans la révolution de cet astre autour de la terre, la direction de son axe soit constante, il en résulterait que la lune étant en L ne laisserait

appercevoir au spectateur en T qu'un de ses pôles A ; que l'autre B lui serait caché ; qu'après une demi-révolution, la lune étant en *l*, le spectateur en T appercevrait le pôle *b*, et ne verrait plus le pôle *a* : ainsi, par cela seul que l'axe de la lune est incliné sur l'orbe lunaire, cet astre doit, dans sa révolution autour de la terre, laisser appercevoir successivement ses deux pôles de la même manière que si la lune, étant en repos sur son axe, avait un mouvement d'oscillation sur le plan de l'orbe, et présenter en conséquence une inégalité dans son mouvement dépendante de cette libration apparente.

224. Des observateurs répartis sur la surface de la terre T, fig. 89, de S en *s*, doivent appercevoir des parties différentes de la lune L ; celui qui est en S apperçoit toute la partie comprise en A *a* B, celui qui est en *s* apperçoit toute la partie comprise en *a* B *b* : ainsi le spectateur en S voit la portion A *a*, qui n'est pas apperçue par celui placé en *s*, et celui-ci voit la portion B *b*, qui n'est pas vue par le premier ; mais, en tournant autour de la terre T, fig. 90, la lune présente à un spectateur en repos en S la même différence qu'aux deux spectateurs S *s*, fig. 89 ; car, cet astre étant en L, fig. 90, le spectateur en S apperçoit du point A, qui est celui d'intersection du rayon vecteur de la lune, un arc AC plus grand que celui AB, et, lorsque la lune est en *l*, il apperçoit au contraire un arc *a c* plus petit que *a b* ; ce qui fait

que, pendant le mouvement de la lune, il cesse de voir des parties apperçues du côté C, et qu'il en découvre vers B. Les points A et *a* restent les mêmes durant le mouvement, puisque le même axe de l'astre reste constamment tourné vers le centre de la terre (220) : d'où il suit que le mouvement diurne de la lune et son mouvement périodique doivent faire apparaître et disparaître successivement différentes parties de la face qu'elle présente à la terre, de la même manière que si elle avait un léger mouvement de libration.

225. Le plan de l'orbe lunaire O T D, fig. 91, coupe celui de l'équateur terrestre A T C; l'inclinaison de ces deux plans est de 5° 7188″ (207); leur intersection ou la direction des nœuds a un mouvement rétrograde sur celui de la lune (214), parce que le plan de l'orbe change de direction. Le plan B *b* de l'équateur lunaire coupe aussi le plan de l'orbe lunaire O T D; l'inclinaison de ces deux plans *b* L, L T, est de 7° 3896″; celle de l'équateur lunaire B *b* et de l'équateur terrestre E *e* ou *b* L *e* = 1° 6708″. Puisque le plan de l'orbe lunaire varie de position, l'intersection de l'équateur avec ce plan variera de position si le premier conserve sa direction; mais, si au contraire le plan de l'équateur se mouvait avec l'orbe de la lune et de la même manière, l'intersection des deux plans serait constante. Dominique Cassini a observé que, si par l'intersection L de l'équateur et de l'orbe lunaire on mène un plan

E*e* parallèle à celui de l'orbe terrestre, ces trois plans ont toujours une commune intersection en L; mais, comme les nœuds de l'orbe lunaire changent de direction sur l'orbe de la terre, il faut, pour que l'équateur lunaire reste dans leur commune intersection, qu'il se meuve avec l'orbe de la lune : or, ce mouvement ne peut avoir lieu sans produire une libration réelle dans l'axe de cet astre, par laquelle ses pôles décrivent dans le ciel de petits cercles parallèles à l'écliptique : la période de ce mouvement est la même que celle des nœuds, c'est-à-dire de 6793 jours 64700″ (214). Cette libration prouve que la lune est un ellipsoïde dont le grand axe est constamment dirigé vers la terre.

Récapitulation.

226. Il résulte de ce que nous venons d'exposer que la lune a trois mouvemens; le premier diurne, et ayant une durée de 1 jour 03407″; le second périodique dans un orbe elliptique dont la révolution sidérale est de 27 jours 32166″, et la révolution synodique de 29 jours 53059″; le troisième de rotation sur son axe, qui a la même durée que la révolution sidérale; que le premier, qui n'est qu'apparent, se compose de celui de rotation de la terre, dont la durée est de 0 jour 99727″, et de l'arc moyen de 14° 6410″ décrit par la lune, et qui augmente le mouvement

diurne de 0 jour 03680, et que les deux autres mouvemens sont réels; que le mouvement périodique de la lune éprouve trois sortes d'inégalités, l'une par la vîtesse inégale de cet astre, l'autre par le mouvement de son orbe, et la troisième par les changemens de son excentricité; que les inégalités de vîtesse de la lune ont lieu, 1° dans son mouvement elliptique, d'où il résulte que les aires décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps; 2° dans sa révolution sidérale, dont la durée diminue de siècle en siècle; que l'orbe lunaire a, comme celui de la terre, trois mouvemens particuliers, le premier dans son grand axe, le second dans ses nœuds, le troisième dans son inclinaison sur l'orbe terrestre; ce qui retarde l'année, rapportée aux nœuds de la lune, de 18 jours 62259″ sur l'année solaire; que la durée de la révolution sidérale des nœuds des deux orbes est de 6793 jours 64700″, et que ce mouvement éprouve également plusieurs inégalités; que l'inclinaison moyenne de l'orbe lunaire sur l'orbe terrestre est de 5° 7188″, et sa plus grande variation de 0° 1631″; que les inégalités dans la courbure de l'ellipse et dans sa vîsesse, dépendant de la proximité du soleil, sont désignées par les dénominations d'*évection*, de *variation* et d'*équation annuelle*; que le maximum de l'inégalité de l'évection est de 1° 4092″, celui de la variation de 0° 6608″, et de l'équation annuelle de 0° 2064″; que les deux premières iné-

galités sont proportionnelles, savoir, la variation au sinus du double de la distance moyenne angulaire de la lune au soleil, et l'évection au sinus du même angle, moins la distance angulaire de la lune au périgée de son orbite; que le mouvement de rotation de la lune éprouve deux inégalités que l'on peut partager en deux espèces, l'une d'elles étant réelle, les autres seulement apparentes; que ces dernières sont occasionnées par le mouvement de la lune dans son orbe, par l'inclinaison de l'axe de cet astre sur cet orbe, et par la position de l'observateur sur la surface de la terre; que l'inégalité réelle, qui est produite par le mouvement de l'axe de la lune, se reconnaît par la commune intersection du plan de l'orbe terrestre, de l'équateur lunaire et d'un plan parallèle à cet orbe; enfin que la distance de la lune à la terre, mesurée par la parallaxe, est de près de soixante rayons terrestres; que le diamètre de cet astre est les $\frac{3}{11}$ de celui de notre globe, et son volume $\frac{1}{49}$.

§. XXV.

Des Eclipses de Soleil et de Lune.

227. Les éclipses de soleil ne s'observent que lorsque la lune s'interpose entre cet astre et la terre (26), c'est-à-dire lorsque le soleil et la lune sont en conjonction, et il n'y a d'éclipse de lune que quand cet astre passe dans le cône d'ombre formé derrière la

terre, c'est-à-dire lorsque la lune et le soleil sont en opposition. Si le plan de l'orbe lunaire *coïncidait* (1) avec celui de l'orbe terrestre, il y aurait éclipse de soleil dans toutes les conjonctions, et éclipse de lune dans toutes les oppositions; mais, comme l'orbe lunaire est incliné de 5° 7188″ sur l'écliptique, il ne peut y avoir d'éclipses que dans des conjonctions et oppositions particulières.

228. Les syzygies peuvent exister dans toutes les positions de la lune sur son orbe; cependant, si elles ont lieu lorsque cet astre est en L ou L′, fig. 92, c'est-à-dire aux points les plus élevés sur l'orbe terrestre, alors, dans les conjonctions T L S, la lune n'est pas interposée entre la terre et le soleil; dans les oppositions L′ T S elle n'est pas non plus dans le cône d'ombre formé derrière la terre : ainsi il ne peut y avoir ni éclipse de cet astre ni éclipse de soleil dans ces positions; mais, lorsque les syzygies ont lieu dans l'instant où la lune est en *l* ou λ dans les nœuds de l'orbe lunaire, le rayon vecteur de cet astre coïncidant avec celui de la terre au soleil, il y a toujours éclipse.

Les éclipses de soleil peuvent être totales ou annulaires.

229. Comme le diamètre de la lune varie (27)

---

(1) Coïncider vient du latin *cum*, avec, *in*, dans, *cadere*, tomber, choir, survenir ensemble.

entre 5438″ et 6207″, que celui du soleil varie aussi (16) entre 5836″ et 6035″, et que ces variations suivent des lois différentes, il peut arriver, dans les éclipses de soleil, que le diamètre de cet astre soit ou plus petit ou égal, ou plus grand que celui de la lune : ainsi l'angle *a t b* de la lune, fig. 93, étant plus grand que celui du soleil A T B, les spectateurs placés dans tout l'espace *β t α* ont une éclipse totale de soleil ; et, lorsque l'angle du soleil A T B, fig. 94, est égal à celui de la lune *a t b*, il y a également éclipse totale au point T seulement ; car elle est partielle ou nulle pour les spectateurs placés sur toutes les autres positions : mais, lorsque l'angle du soleil A T B, fig. 95, est plus grand que celui de la lune *a t b*, celle-ci ne cachant qu'une partie *a b* du diamètre du soleil, il y a éclipse annulaire telle qu'elle est représentée fig, 96, où ABCD est le disque du soleil, et *a b c d* la projection du disque de la lune ; ce qui fait que l'espace en forme d'anneau, compris entre ces deux disques, est entièrement éclairé. Quant aux éclipses partielles, fig. 97, des espaces N A M H, N B L G, N C K F, N D I F sur le disque du soleil N C E F, elles ont lieu toutes les fois que le spectateur se trouve hors de la surface placée dans le cône d'ombre formé par la lune, et que, par sa position, cet astre lui cache une partie du disque du soleil : ainsi il y a éclipse de ce genre pour tous les spectateurs placés dans les espaces *α t* et *t β*, fig. 94.

230. Le soleil étant vu de la terre sous un angle moyen de 5936″, ainsi qu'il est représenté ESF, fig. 98, et cet astre nous envoyant des rayons qui font entre eux un angle égal à celui de son diamètre apparent, le cône d'ombre BAD formé derrière la terre doit avoir la même base, et l'angle BAD = ESF. Le diamètre de la terre étant vu de la lune sous un angle de 21322″ (204), on peut, en comparant les triangles BAT, BLT, formés par l'axe des deux cônes et leurs côtés, avoir les rapports entre la longueur du cône d'ombre et la distance de la lune à la terre; car on a AT : TB : : ray : tang. BAT.

TB : LT : : tang. BLT : ray.

d'où l'on tire AT : LT : : tang. BLT : tang. BAT; mais les tangentes des très-petits arcs sont comme les arcs ou comme les angles, et les angles sont : : 21322″ : 5936″, à peu près : : 35 : 10 : il s'ensuit que la longueur du cône d'ombre est à peu près 3, 5 fois la distance de la lune à la terre; la tranche d'ombre *bd*, parcourue par la lune, est environ les $\frac{5}{7}$ du diamètre de la terre; le diamètre de la lune étant les $\frac{3}{11}$ de celui de la terre (204), cette tranche sera égale aux $\frac{55}{21}$ du diamètre de la lune : ainsi cet astre s'y trouvera totalement éclipsé, et cela pendant un temps = $\frac{5}{3}$ de celui qu'il met à parcourir son diamètre, les $\frac{3}{3}$ restans ne donnant que des éclipses partielles.

231. Entre la rencontre des syzygies et la position

de la lune aux nœuds de son orbe, et celle des syzygies et la position de la lune au plus haut de son orbe, il y a plusieurs positions intermédiaires dans lesquelles il y a éclipse de soleil et de lune : le maximum de distance des nœuds où il peut y avoir éclipse varie en raison des distances du soleil et de la lune à la terre, et de l'inclinaison de l'orbe. Lorsque la terre est à l'*aphélie* de son orbe et la lune au périgée, on trouve par l'analyse, et même par le tracé graphique, qu'il peut encore y avoir des éclipses de soleil lorsque la lune est écartée de 21 deg. des nœuds, et des éclipses de lune lorsqu'elle en est écartée de 14 deg. On trouve pareillement que, quand la terre est au *périhélie* de son orbe et la lune à son apogée, il peut encore y avoir des éclipses de soleil, la lune étant à 14 deg. de ses nœuds, et des éclipses de lune, cet astre étant au 8e degré de ses nœuds.

232. Pour connaître les dates des éclipses, les lieux de la terre où elles sont visibles, et leur durée, il faut, d'après la connaissance du rapport des vîtesses de la terre et de la lune, déterminer les époques exactes des syzygies, ensuite chercher la position précise de la lune sur son orbe, et l'éloignement de ses nœuds pour chacun des instans de ces époques : avec ces deux données on peut savoir si l'éclipse est possible ; et, dans ce cas, cherchant quelle est la position du point de la terre rencontré par le rayon vecteur de la lune, on peut fixer la partie de notre globe sur

laquelle elle doit être visible, ainsi que son commencement, son milieu et sa fin, sur chaque point de la surface d'où elle est vue, et enfin annoncer si elle doit être totale, annullaire ou partielle. C'est ainsi que l'on détermine chaque année les éclipses visibles sur divers points de la terre en employant pour la solution de ce problême, soit l'analyse, soit des procédés graphiques.

233. Afin de donner une idée du tracé graphique des éclipses, on a représenté, fig. 96, la projection de l'éclipse de soleil qui doit avoir lieu le 10 fructidor de cette année (an 10). Elle a été tracée à l'école des ingénieurs géographes, sous la direction de Lenz, professeur d'astronomie.

La fig. 97 représente la projection *orthographique* (1) de la terre, sur le plan du cercle d'illumination, au moment où l'éclipse doit avoir lieu : on distingue sur cette projection, 1° l'axe de la terre BE; 2° le cercle de l'équateur ADC; 3° le centre de la terre B; 4° l'axe de l'écliptique BF; 5° l'orbe relatif de la lune HI; 6°. les méridiens Eα, Eβ, Eγ, etc., et celui de Paris BLE; 7° les parallèles KR, LS, MI, etc., et le parallèle de Paris HLM;

(1) ORTHOGRAPHIQUE vient du grec ορθοσ, *droit*, γραφω, *je décris*; description ou tracé droit : c'est la projection d'un corps sur un plan par des lignes menées de tous les points du corps, perpendiculaires au plan.

8° les parallèles de l'orbe relatif de la lune *ak*, *bl*, *cm*, etc., qui indiquent la longueur de l'ombre projetée de la lune, et le nombre de doigts du soleil éclipsé : sur l'orbite relatif de la lune sont les heures 2, 2.25, 2.5, 2.75, 3. etc. des instans du milieu de l'éclipse sur les lieux de la terre rencontrés par ce plan : enfin on a tracé sur le parallèle de la latitude de Paris H L M et sur l'équateur A D C les heures du passage du soleil sur chaque méridien, comptées du méridien de Paris.

C'est avec cette projection que l'on a tracé sur la projection *stéréographique* (1) de la sphère les pays sur lesquels l'éclipse sera visible, la proportion du soleil éclipsée et l'heure de l'éclipse.

234. Si l'on voulait se contenter d'indiquer à l'avance les éclipses, on pourrait le faire par la simple remarque de celles qui ont été observées pendant une révolution de dix-huit années, de l'époque fixe où elles ont paru, et des lieux de la terre où elles ont été visibles; car, dans la révolution suivante de dix-huit années, on doit voir les mêmes

---

(1) STÉRÉOGRAPHIQUE vient du grec Στερεος, *solide*, γραφω, *je décris ;* description ou tracé des solides : c'est une projection *pyramidale* dans laquelle tous les points du solide tendent à un point, sommet de la *pyramide ;* la projection *stéréographique* de la sphère suppose le point de tendance sur la surface de la sphère.

éclipses à peu près dans le même ordre et avec les mêmes apparences, attendu que la durée d'une révolution de la terre, par rapport aux nœuds de la lune, étant de $346^{\text{jours}}61963''$ (214), et celle d'une révolution synodique de la lune de $29^{\text{jours}}53059''$ (202), le rapport de ces deux révolutions est sensiblement : : 223 : 19; ainsi, dans 223 mois lunaires, il doit y avoir dix-neuf années lunaires; mais, celles-ci étant aux années solaires : : $346^{\text{jours}}61963'' : 365^{\text{jours}}25634''$, il suit que dix-neuf années lunaires sont à peu près dix-huit années solaires. L'an 430 avant l'ère chrétienne *Méton* donna pour rapport 235 mois lunaires pour dix-neuf années solaires, et ce rapport fut écrit en lettres d'or à Athènes, et nommé *nombre d'or*. Puisque toutes les dix-huit années solaires le mouvement de la lune, par rapport à celui de la terre, se fait dans le même ordre et de la même manière que les dix-huit années suivantes, les éclipses doivent également paraître dans le même ordre et de la même manière; mais, pour que cette méthode de déterminer les éclipses fût rigoureuse, il faudrait, 1° que les dix-neuf années lunaires correspondissent exactement aux deux cent vingt-trois mois lunaires, ou que les nombres qui expriment la durée d'une année et d'un mois lunaire fussent commensurables; 2° que le mouvement de la lune fût régulier, et n'éprouvât aucune inégalité susceptible de changer le rapport entre ces deux durées : or, comme, d'une part, le

rapport n'est pas formé de nombres commensurables, et que, de l'autre, il existe dans le mouvement de cet astre des inégalités qui troublent ce rapport, il s'ensuit que la méthode de prévoir les éclipses par la révolution de dix-huit années solaires ne peut donner qu'une approximation.

Récapitulation.

235. Il suit de ce que nous venons d'exposer que les éclipses de lune et de soleil arrivent dans les syzygies, les premières dans les oppositions, les dernières dans les conjonctions ; que les unes et les autres n'ont lieu que quand la lune est dans les nœuds de son orbe, mais que celles du soleil n'arrivent que lorsqu'elle est éloignée de moins de 21 deg. des nœuds, et celles de lune lorsqu'elle en est à moins de 14 deg. ; que, pour calculer les éclipses, il faut connaître l'instant précis des syzygies, le point de la lune sur son orbe, et celui de la terre rencontré par le rayon vecteur de cet astre ; qu'avec ces trois données, et la loi du mouvement de la lune et de la terre, on peut déterminer la surface de notre globe sur laquelle l'éclipse sera visible, et l'instant précis, sur chaque point de cette surface, de son commencement, de son milieu et de sa fin ; que l'on peut encore, d'après le rapport entre l'année et le mois lunaire, qui est : : 223 : 19, déterminer à l'avance,

et par approximation, les éclipses qui arriveront pendant dix-huit années consécutives, puisque ces éclipses doivent suivre à peu près le même ordre que celles qui ont été observées pendant les dix-huit années précédentes.

VIIe LEÇON.

DES MOUVEMENS DES PLANÈTES

§. XXVI.

Du mouvement apparent de Mercure.

236. MERCURE accompagne toujours le soleil, et participe à ses deux mouvemens diurne et périodique : on le voit osciller aux côtés de cet astre S, fig. 98; se mouvoir de M en *m*, et de *m* en M; la limite de ses écarts MS, *m*S, varie depuis 18° jusqu'à 36°; il s'écarte aussi du plan de l'écliptique MS*m*, sur lequel le soleil paraît se mouvoir, et le maximum de cet éloignement *M*S, μ S, est de 5°.

237. Le mouvement apparent du soleil se faisant sur l'écliptique ABCDE, fig. 99, le mouvement de la planète s'en éloigne quelquefois pour suivre la route A*bgchd*E. La marche du soleil, rapportée aux étoiles, est à peu près uniforme, tandis que le mou-

vement de mercure est très-varié : on le voit se dégager le soir des rayons solaires A, et devancer le mouvement du soleil jusqu'à ce que ce dernier étant en B, la planète soit arrivée en *b*, à une distance d'environ 25$^{deg.}$ de l'astre ; alors le mouvement de mercure se ralentit jusqu'à ce qu'il soit en *g*, à 20$^{deg.}$ du soleil ; là il reste stationnaire par rapport aux étoiles, puis il revient de *g* en *h* vers l'astre, l'atteint en *c* : d'abord il se plonge le soir dans ses rayons, passe en *c* sur son disque, et continue sa marche jusqu'à ce qu'il soit arrivé en *h*, à 20$^{deg.}$ du soleil ; il y reste quelque temps stationnaire, et se meut de *h* en *d* plus lentement que l'astre, jusqu'à ce qu'étant arrivé en *d*, il s'en trouve éloigné en *d*D de 25$^{deg.}$; alors son mouvement devient plus rapide que celui du soleil pour le rejoindre en E : enfin il se plonge dans ses rayons, et disparaît en E derrière cet astre.

238. La durée des oscillations de mercure, ou le temps qu'il met à aller de A en E, varie entre 106 et 130 jours ; l'arc moyen de sa rétrogradation *gh* est de 15$^{deg.}$, et sa durée moyenne de 23 jours. En général, le mouvement de cette planète est très-compliqué.

239. Le diamètre de mercure est à son minimum lorsqu'il se plonge le matin en A et E dans les rayons solaires, qu'il disparaît derrière cet astre, et encore lorsqu'après ce passage il se dégage le soir des rayons

solaires. Il est à son maximum lorsqu'après s'être plongé le soir en C dans les rayons solaires, il passe sur son disque en *c* ou aux environs, pour se dégager ensuite le matin des rayons de cet astre.

§. XXVII.

Du mouvement apparent de Vénus.

240. Vénus accompagne toujours le soleil, ainsi que mercure, et participe aux deux mouvemens de cet astre. Cette planète a aussi un mouvement de rotation sur son axe.

241. Le mouvement de vénus, par rapport au soleil, est le même que celui de mercure; il n'en diffère que par la grandeur et la durée de ses écarts et de ses oscillations: ses plus grandes *digressions* (1) MS, *Sm*, fig. 98, sont de 50 à 53 deg., et son plus grand éloignement de l'écliptique *MS*, *μS*, n'est que de quelques degrés.

242. En observant vénus lorsqu'elle part du point A, fig. 99, on la voit se dégager le soir des rayons solaires, et devancer le mouvement de l'astre; puis retarder son mouvement, devenir stationnaire en *g*, et suivre ensuite une marche rétrograde pour se

---

(1) Digression vient du latin *digressio*, éloignement, égarement; c'est l'éloignement apparent des planètes au soleil.

plonger le soir dans les rayons de l'astre en *c*, sortir le matin de ses rayons, continuer sa marche jusqu'en *h*, devenir de nouveau stationnaire, puis se diriger vers le soleil avec un mouvement accéléré, jusqu'à ce qu'elle l'ait atteint en E, pour se plonger le matin dans ses rayons, et se cacher enfin derrière son disque. La durée moyenne de ses oscillations A E est de 584 jours; son mouvement rétrograde commence et finit lorsqu'elle est éloignée de 26$^{\text{deg.}}$ du soleil, l'arc moyen de rétrogradation est de 18$^{\text{deg.}}$, et sa durée moyenne de 42 jours.

243. Le plus grand diamètre de vénus s'observe lorsqu'elle passe sur le soleil en *c* ou aux environs, ou lorsqu'elle s'en rapproche le soir et s'en écarte le matin : son plus petit diamètre se remarque lorsque cette planète passe derrière le soleil en A et en E, ou quand elle s'en rapproche le matin et s'en écarte le soir.

Résumé.

244. Il suit des observations faites sur vénus et mercure que ces planètes sont entraînées par le soleil dans sa marche, et qu'elles ont, comme lui, un mouvement diurne et périodique; qu'elles oscillent de chaque côté du soleil; que l'étendue des oscillations varie dans chacune, et que l'oscillation de vénus est plus considérable que celle de mercure; que ces planètes ont, relativement au soleil, un mouvement

plus ou moins rapide que lui; que, comparées aux étoiles, elles sont quelquefois stationnaires; que, d'autres fois, elles ont un mouvement dans le sens du soleil, et quelquefois aussi un mouvement contraire.

§. XXVIII.

Des mouvemens réels de Vénus.

245. Cette planète a deux mouvemens réels, l'un de rotation sur son axe, l'autre périodique autour du soleil; le premier se déduit directement de l'observation, et le second du mouvement d'oscillation qu'elle a autour du soleil.

246. En observant attentivement les taches remarquées sur le disque de vénus (56), *Dominique Cassini* et *Schroeter* virent qu'elles avaient un mouvement régulier et périodique, qui ne pouvait être attribué qu'à un mouvement de rotation de cette planète sur son axe. De la vîtesse du mouvement des taches, Schroeter conclut que la durée de la rotation de vénus est de 0 jour 97300″; et, par la direction du mouvement des taches, Dominique Cassini trouva que l'équateur de vénus E*e*, fig. 100, forme un angle considérable avec l'écliptique *E* V S.

247. La planète de Vénus présente au spectateur des parties de son disque plus ou moins éclairées (55); ces phases dépendent de sa position à l'égard du

soleil. Le soir, lorsqu'elle se dégage des rayons solaires A, fig. 99, son disque entier est éclairé, et son diamètre est très-petit; ce qui prouve qu'elle est placée au-delà du soleil. A mesure qu'elle s'écarte de cet astre, en devançant son mouvement, on voit la portion de son disque éclairée diminuer sensiblement, et son diamètre augmenter lorsqu'elle est en *b*; à sa plus grande digression elle n'a plus que la moitié de son disque éclairée, et son diamètre est moyen entre toutes ses grandeurs. Continuant de se mouvoir, pour devenir stationnaire, puis rétrograde, la partie éclairée du disque va toujours en diminuant, en même temps que son diamètre augmente, jusqu'à ce que, se plongeant le soir dans les rayons du soleil, elle passe sur son disque, ou du moins à une distance peu considérable; alors sa lumière est extrêmement affaiblie, et son diamètre est le plus grand possible. En suivant sa marche pour devenir stationnaire en *h*, et reprendre son mouvement direct jusqu'en E, on voit la partie éclairée du disque augmenter, et le diamètre diminuer, en suivant une progression entièrement opposée à celle de la diminution de sa lumière; enfin en E le disque reparaît éclairé dans son entier, et le diamètre est le plus petit possible.

248. L'intensité de lumière que vénus nous envoie dépendant de sa distance et de la grandeur de la partie éclairée du disque qui est apperçue, il s'ensuit que sa plus grande intensité n'a jamais lieu lors-

que la distance est la plus grande ou la plus petite, mais lorsqu'elle est entre ces deux extrêmes.

En supposant que l'intensité de la lumière envoyée soit en raison composée, 1° de la surface du disque éclairée qui est apperçue du spectateur placé sur la terre, 2° de l'inverse du carré des distances de vénus à la terre, *Hallei* a trouvé que la plus grande intensité de lumière de vénus a lieu lorsque sa distance du soleil est d'environ 44 degrés.

249. Il est facile de conclure, par le rapport entre les phases et les distances, que vénus a un mouvement autour du soleil; car, lorsqu'elle est à son plus grand éloignement de la terre, derrière le soleil en V, fig. 101, elle montre la partie entière éclairée de son disque A B C, tandis que lorsqu'elle est en *V*, à la distance moyenne, elle ne laisse voir que la moitié *b c* d'éclairée. Quand elle est en *v*, à sa plus petite distance de la terre, on n'apperçoit plus que la partie non éclairée; et, en passant en *v*, on voit de nouveau la moitié de la partie éclairée *a v* : enfin, quand elle est revenue en V à sa plus grande distance, elle montre son disque entier éclairé. Il paraît en conséquence que, du rapport entre les distances et ceux de portions de disque éclairées, on peut conclure que vénus a un mouvement périodique autour du soleil, dont la durée, par rapport aux conjonctions de ces astres, est celle des oscillations de cette planète.

250. Comme vénus est en conjonction avec le soleil dans ses deux positions extrêmes, il s'ensuit qu'elle a deux conjonctions; la conjonction supérieure T S V lorsque cette planète est à son plus grand éloignement de la terre, et la conjonction inférieure T v S quand elle en est à sa plus petite distance.

251. En prenant jour par jour la direction de vénus dans le ciel, et sa distance à la terre, on peut tracer la route qu'elle suit, et déterminer la forme de son orbe. La direction de cette planète peut être obtenue par une suite d'observations; mais, pour avoir ses différentes distances à la terre, il faut connaître sa parallaxe pour un diamètre apparent, afin d'obtenir sa distance pour ce diamètre, et déterminer ensuite les autres distances par le rapport trouvé, les diamètres apparens étant réciproques aux distances (127).

252. On prend la parallaxe de vénus lors du passage de cet astre sur le soleil observé par différens spectateurs placés à de grandes distances sur la surface de la terre. Pour cela, on détermine d'abord dans l'espace la position TS θ Σ de l'orbe de la terre, fig. 102, de même que la position S V de l'orbe de vénus. Par la comparaison des vîtesses de la terre et de vénus observées, ainsi que par leur situation respective par rapport au soleil, on détermine l'instant précis de la conjonction inférieure de la planète, et

le point B ou *b* où doit être projeté sur le disque du soleil le centre V de vénus vu du centre de la terre T : on projette de même la corde *a b c* que le centre de la planète, vu de celui de la terre, parcourt sur le disque du soleil, et l'on détermine, par le calcul des vîtesses, le temps que vénus met à parcourir cette corde. Deux spectateurs en *o* et *ω* observent l'instant précis de l'entrée et de la sortie de vénus sur le disque du soleil. Dans l'hypothèse d'une vîtesse à peu près uniforme, les longueurs des cordes étant comme les temps que l'astre met à les parcourir, on a les rapports des cordes *g h i*, *a b c*, *d e f*; ces cordes étant entre elles comme les arcs *i n g*, *a n c*, *d n f*, qu'elles sous-tendent, il s'ensuit que l'on a d'une manière rigoureuse la position de ces cordes sur le disque du soleil, et conséquemment leurs distances respectives : connaissant la distance *o ω* des deux observateurs, et celle *h b e* ou H B E des deux cordes observées, on en déduit le rapport entre T V et V B; car O T : H E : : T V : V B, et O T + H E : O T : : B T : V T; d'où l'on déduit la parallaxe de vénus et sa distance à la terre. Comme elle se trouve, par une loi remarquable du mouvement des astres, intimement liée à la parallaxe du soleil, on sent que l'observation des passages de vénus est d'une grande importance en astronomie.

253. Durant le passage de vénus sur le disque du soleil, on observe deux phénomènes remarquables;

le premier est un point noir, ou une espèce de ligament de même couleur, qui unit en un instant les deux bords de cette planète et du soleil, lors même que leurs circonférences sont encore séparées; le second est la diminution du disque de vénus, lequel paraît beaucoup plus petit que lorsqu'il est éloigné de la surface du soleil : ces deux effets peuvent être occasionnés par l'irradiation de la lumière (33), qui fait paraître le disque de l'astre plus grand qu'il ne l'est réellement, et diminue la grandeur des corps opaques qui passent devant sa surface, de même que l'on voit le diamètre d'un astre diminuer lorsqu'il cache une partie du soleil, et que la lumière déborde des deux côtés.

254. Les passages de vénus sur le soleil sont extrêmement rares : après s'être succédés dans l'intervalle de huit ans, ils ne reparaissent plus qu'au bout d'un siècle ; aussi les derniers passages de 1761 et 1769 ont-ils excité l'émulation des astronomes, qui les ont observés à Paris, à Londres, à Pétersbourg, à Stockolm, dans la Laponie, aux Indes, à Otaïti, dans la baie d'Hudson, enfin dans tous les lieux où il leur a été possible de se transporter. Le premier ou le plus prochain passage aura lieu en 1874, et le second en 1882.

255. Des observations du passage de vénus sur le disque du soleil faites en 1761 et 1769, il est résulté que la parallaxe moyenne du soleil est de 27″,2.

le diamètre de vénus, $\frac{33}{34}$ diamètres terrestres, et son volume $\frac{36}{39}$ de celui de la terre.

256. Les mouvemens de vénus, observés du centre de la terre, peuvent être déterminés en supposant la terre immobile et le soleil tournant autour d'elle, ou en supposant le soleil immobile et la terre tournant autour de cet astre. Les courbes sur lesquelles vénus se meut dans chacune de ces hypothèses sont très-différentes.

257. Si l'on suppose la terre T, fig. 103, immobile, la durée des oscillations moyennes de vénus étant de 584 jours, il s'ensuit qu'en partant d'une conjonction supérieure TSV de cette planète V avec le soleil S, celui-ci fera 1,6 de révolution pendant cet intervalle; ainsi, au bout de 146 jours, cet astre aura fait environ 0,4 de sa révolution, et sera en S′ lorsque vénus en V′ sera à sa plus grande digression du soleil, à peu près à égale distance de la terre que cet astre : après 292 jours ce dernier sera en ς, et vénus en γ en conjonction inférieure et à sa plus petite distance de nous; mais, comme pour arriver en γ la planète a fait un mouvement rétrograde, elle était donc en A plus avancée que V′; continuant ce mouvement rétrograde, elle arrive en B, puis reprend son mouvement direct pour arriver en v, à sa plus grande distance du soleil s : après 438 jours de mouvement, là, sa distance à la terre diffère peu de celle du soleil; enfin, après 584 jours de marche,

elle arrive en W dans sa conjonction supérieure avec cet astre en S′. Si, jour par jour, on trace dans l'espace les diverses positions de vénus, on voit que la courbe V V′ γ v W qu'elle a parcourue est une *épicicloïde* (1) engendrée par le mouvement de cette planète autour du soleil pendant que cet astre se meut autour de la terre : on voit encore que la courbe sur laquelle vénus se meut autour du soleil est une ellipse dont un des foyers est occupé par le centre de cet astre.

258. Si l'on rétablit le mouvement réel de la terre T, fig. 104, autour du soleil S, et qu'à chaque observation on place la terre sur le point de son orbe où elle doit se trouver, on voit que, si dans la conjonction supérieure la terre est en T, vénus est en V; qu'après 146 jours la terre est en T′, et la planète en V′; qu'au bout de 292 jours la terre est en θ, et vénus en conjonction inférieure γ; qu'après 438 jours la terre est arrivée en t, et la planète à sa plus grande *élongation* (2) en v; enfin qu'après 584

---

(1) ÉPICICLOÏDE vient du grec Επι, *sur*, κύκλος, *cercle;* c'est une courbe engendrée par la révolution d'un point de la circonférence d'un cercle, lequel se meut en tournant sur un autre cercle.

(1) ÉLONGATION vient du latin *elongare*, étendre, alonger; c'est le nombre de degrés dont une planète est éloignée du soleil.

jours de mouvement la terre est en Tt, et vénus en conjonction supérieure W : maintenant, si l'on trace jour par jour la position de cette planète dans le ciel, on verra qu'elle parcourt un orbe elliptique entièrement semblable au précédent, et dont le centre du soleil occupe un des foyers.

259. Si l'on ne veut considérer que les positions de vénus V, fig. 105, par rapport à la terre T et au soleil S, on verra de même, en rapportant dans chaque observation les trois distances du soleil à la terre, de la planète également à la terre, et de vénus au soleil, que l'on peut conclure du triangle que forment les trois astres, dans lequel on connaît deux côtés et l'angle compris, que la courbe ainsi obtenue est de même une ellipse à un des foyers de laquelle le centre du soleil est placé.

260. Vénus se meut donc autour du soleil dans une ellipse dont un des foyers est occupé par le centre de ce dernier astre; le demi-grand axe de cette ellipse est de 0,723 de celui de la terre, et son excentricité moyenne de 0,0069. Si l'orbe de vénus était sur le même plan que celui de la terre, cette planète passerait sur le milieu du disque du soleil toutes les fois qu'il y aurait conjonction inférieure. Puisque les révolutions de cette espèce de conjonction sont de 584 jours environ, et qu'il y a souvent un siècle d'intervalle entre ces passages, il s'ensuit que l'orbe de vénus est incliné sur celui de la

terre : cette inclinaison était en 1750 de 3°.7701″.

261. En comparant, fig. 104, le mouvement V V′ γ v W de vénus autour du soleil à celui de la terre T T′ θ t T t, on voit qu'elle fait deux révolutions et demie, plus un arc q W, qui équivaut à peu près à un dixième de la circonférence du cercle, ce qui fait en tout 2,6 de circonférence, tandis que la terre ne fait qu'une révolution et demie, plus l'arc Q T t; ce qui fait 1,6 de révolution : ainsi le rapport des vîtesses est à peu près comme 26 : 16; et, comme les temps des révolutions sont réciproques aux espaces parcourus dans des temps égaux, il suit que la durée de la révolution de vénus doit être environ les $\frac{16}{26}$ de celle de la terre; et en effet la durée de la révolution sidérale de cette planète est de 224 jours 70081″,7.

262. Le mouvement diurne de vénus est composé comme celui du soleil, 1° de la circonférence que la terre parcourt par son mouvement de rotation sur son axe; 2° de l'arc que vénus est supposée parcourir pendant la durée de la rotation de la terre, plus le petit arc qu'elle décrit jusqu'à ce que le méridien terrestre sur lequel elle était l'ait rejointe. Quoique le mouvement de vénus soit quelquefois plus grand, d'autres fois égal, moindre, et même contraire à celui du soleil, l'arc moyen de son mouvement n'en est pas moins le même que celui de l'astre autour duquel elle tourne; et l'arc que cet astre est

supposé décrire étant celui que la terre décrit réellement autour de lui pendant la durée de sa rotation, il s'ensuit que le mouvement moyen diurne de vénus se compose des deux mouvemens de la terre; 1° du cercle de rotation du mouvement diurne; 2° de l'arc qu'elle parcourt autour du soleil, et que la durée du mouvement diurne de vénus est celle du jour moyen astronomique.

263. De même que dans le mouvement de la terre autour du soleil, et dans celui de la lune autour de la terre, le mouvement de vénus a cinq variations, 1° dans son mouvement sur son orbe elliptique; 2° dans le mouvement du grand axe de son ellipse; 3° dans l'excentricité de son orbe; 4° dans le mouvement de ses nœuds; 5° dans l'angle que fait l'orbe de vénus avec celui de la terre.

264. Le mouvement elliptique de vénus autour du soleil est de même que celui de la terre et de la lune réciproque au carré des rayons vecteurs; ainsi les aires décrites par ces rayons sont proportionnelles aux temps (130).

265. Le grand axe de l'ellipse de vénus a un mouvement rétrograde; la longitude de son périhélie était au commencement de 1750 de 141°.9759″. Le mouvement sidéral du périhélie est rétrograde, et l'angle qu'il décrit est de 699″ 07 par siècle.

266. L'orbe elliptique de vénus varie, et se rapproche de la forme circulaire : la diminution

de son excentricité est de 0,000063 par siècle.

267. Le nœud ascendant de l'orbe de vénus sur celui de la terre a un mouvement rétrograde de 5673″60 par siècle : sa longitude sur l'écliptique était au commencement de 1750 de 82° 7093″.

268. Enfin l'inclinaison de l'orbe de vénus sur celui de la terre était au commencement de 1750 de 3°,7701″ : sa variation séculaire est de 13″ 80.

§. XXIX.

Du mouvement réel de Mercure.

269. On n'a encore observé dans cette planète qu'un seul mouvement, c'est celui de translation. Comme jusqu'à ce jour on n'a pu appercevoir avec les instrumens dont on fait usage pour les observations astronomiques aucune tache sur sa surface, il a été impossible de déterminer si elle a un mouvement de rotation ; cependant le plus grand nombre des planètes ayant ce mouvement, on a été porté à conclure, par analogie, que mercure devait en avoir un semblable.

270. Mercure présente les mêmes apparences que vénus, et les portions éclairées de son disque sont d'autant plus grandes, qu'il est plus éloigné de la terre. Si l'on compare, ainsi qu'on l'a fait pour vénus (257, 258, 259) ses phases à ses distances, on voit qu'il

se meut autour du soleil. En prenant jour par jour la direction de cette planète, et rapportant sur ces directions sa distance à la terre, on observe que, dans l'hypothèse du mouvement du soleil la terre supposée immobile, la courbe décrite par mercure est une épycicloïde analogue à celle que vénus paraît décrire (257), et que, dans l'hypothèse du soleil immobile, la terre et mercure étant en mouvement, la courbe formée par ce dernier est une ellipse analogue à celle décrite par vénus (258), et à l'un des foyers de laquelle le centre du soleil est placé; enfin si l'on ne considère, comme on l'a fait pour vénus (259), que la position de mercure par rapport au soleil et à la terre, on remarque également qu'il se meut autour de cet astre dans un orbe elliptique.

271. Ainsi il suit de la comparaison journalière des distances angulaires de mercure au soleil, de sa distance rectiligne, et de celle du soleil à la terre pour chacun de ces angles, que cette planète se meut, ainsi que vénus et la terre, autour du soleil dans un orbe elliptique à un des foyers duquel le centre de cet astre est placé. Le demi-grand axe de cette ellipse est 0,3871 de celui de la terre, ce dernier étant pris pour unité; et son excentricité est de 0,2055. L'orbe de mercure était en 1750 incliné sur celui de la terre de 7° 7778″, et la périodicité de son mouvement sidéral héliocentrique est de 87 jours 96925″,5.

272. La parallaxe de mercure et sa distance à la terre se déduisent du passage de cette planète sur le disque du soleil, c'est-à-dire par le moyen employé pour obtenir la parallaxe et la distance de vénus. Les passages de mercure s'observent ordinairement dans les derniers jours de brumaire et de floréal, temps auquel le soleil est dans les nœuds de cette planète : ces retours ont différentes périodes de 6, 13, 46 et 263 ans. De ces observations on a conclu que le diamètre de mercure est $\frac{7}{17}$ de celui de la terre, et son volume $\frac{1}{13}$ de celui de notre globe.

273. Le mouvement de mercure autour du soleil a, comme celui de la terre, de la lune et de vénus, cinq inégalités, 1° dans son mouvement sur son orbe elliptique, duquel il résulte que les aires décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps; 2° dans la position du grand axe de l'ellipse; la longitude du périhélie était au commencement de 1750 de 81°7401, et le mouvement de ce périhélie, dans le sens de mercure, est de 1735″ 50 par siècle; 3° dans l'excentricité de l'ellipse de cette planète, qui s'éloigne de plus en plus de la figure du cercle, l'augmentation de cette excentricité étant de 0,00000369 par siècle; 4° dans le mouvement de son nœud ascendant, dont la longitude était au commencement de 1750 de 50° 3836″, et dont le mouvement rétrograde sur celui de la planète est de 2332″,90 par siècle; 5° enfin dans l'angle que fait l'orbe de mer-

cure sur celui de la terre, dont la variation séculaire est de 55″,09.

Résumé.

274. Il résulte de ce que nous avons exposé dans cette leçon sur mercure et vénus que ces planètes ont chacune deux sortes de mouvemens, l'un de rotation sur leur axe, l'autre de translation autour du soleil; que le mouvement de rotation de vénus, dont la durée est de $0^{\text{jour}}97300''$, a été déterminé par l'observation, mais que celui de mercure n'est présumé que par l'analogie de ce qu'on remarque dans la plupart des autres planètes; que le mouvement *héliocentrique* de mercure et de vénus se fait dans des orbes elliptiques, à l'un des foyers desquels le centre du soleil est placé; que la durée de la révolution sidérale héliocentrique de vénus est de $224^{\text{jours}}7008'$, et celle de mercure de 87^{jours} $96925''$; que le grand axe de l'orbe de vénus est de 0,723 diamètres de l'orbe terrestre, tandis que celui de mercure n'est que de 0, 3871 de ce dernier, ce qui prouve que vénus est celle des deux planètes qui est le plus éloignée du soleil; que l'excentricité de l'orbe elliptique de mercure est plus grande que celle de l'orbe de vénus, la première étant de 0, 2055, et l'autre n'étant que de 0,0069; que les orbes de ces planètes sont inclinés sur celui de la terre, mais

que celui de vénus l'est moins que celui de mercure, puisqu'en 1750 l'inclinaison du premier était de 3°,7701″, et celle du second de 7°,7778; que la parallaxe moyenne des deux astres, qui est égale, est la même que celle du soleil, c'est-à-dire de 27″.2; que le diamètre de vénus est plus grand que celui de mercure, le premier étant de $\frac{33}{34}$ du diamètre de la terre, et le second seulement de $\frac{7}{17}$, et que leurs volumes sont à celui de la terre : : $\frac{36}{39}$: $\frac{1}{13}$: 1.; que les mouvemens de ces deux astres ont, ainsi que ceux de toutes les autres planètes, cinq inégalités particulières; 1° dans le mouvement sur l'orbe elliptique; 2° dans le grand axe de l'ellipse, dont le mouvement est toujours dans le sens de celui de l'astre, avec cette différence que le mouvement circulaire du périgée, lequel se compose du mouvement rétrograde des équinoxes et du mouvement direct du grand axe, est rétrograde dans vénus, et direct dans mercure; 3° dans l'excentricité des ellipses, cette excentricité diminuant successivement dans celle de vénus, et augmentant dans celle de mercure; 4° dans le mouvement des nœuds, qui est toujours rétrograde sur celui de la planète; 5° dans l'inclinaison des orbes sur celui de la terre.

VIIIe LEÇON.

SUITE DES MOUVEMENS APPARENS ET RÉELS DES PLANÈTES.

275. En observant les mouvemens des planètes, on a remarqué qu'il y en a qui semblent osciller autour du soleil, et paraissent entraînées par cet astre dans sa marche, et d'autres qui s'en éloignent à toutes distances, ce qui a conduit à les diviser en deux classes; l'une comprenant les planètes qui paraissent osciller autour du soleil; l'autre, celles qui semblent avoir un mouvement indépendant de celui de cet astre. Les planètes oscillantes sont mercure et vénus: les autres sont mars, cérès, jupiter, saturne, uranus. Déjà l'examen de la position journalière des deux premières avec la terre et le soleil, nous a conduits à conclure qu'elles ont en effet autour de cet astre un mouvement périodique dans un orbe elliptique, à un des foyers duquel le centre du soleil est placé; et nous allons examiner quelles analogies ou quelles différences on peut déduire du même examen sur les autres planètes.

§. XXX.

Des mouvemens apparens de Mars.

276. Mars a deux espèces de mouvemens apparens; le premier diurne, autour de la terre, le second périodique, par rapport aux étoiles.

277. Le mouvement diurne de cette planète est très-variable, attendu qu'il se compose du mouvement de rotation de la terre sur son axe; plus, de l'arc que mars décrit, rapporté à l'équateur, lequel, par rapport à la terre, est le plus souvent d'occident en orient, dans la direction du mouvement apparent du soleil; d'autresfois d'orient en occident, ou rétrograde sur celui de cet astre, et quelquefois enfin nul. Comme la durée de la rotation de la terre est à-peu-près constante, il s'ensuit que celle du mouvement diurne de mars est ou plus longue, ou égale, ou plus courte que celle du mouvement de rotation de notre globe; mais sa plus grande durée est toujours moindre que celle de la marche diurne du soleil, conséquemment plus courte que celle du jour astronomique.

278. Le mouvement périodique de mars autour de la terre se forme de tous les arcs journaliers, et ces arcs étant ou dans le sens du mouvement du soleil, ou rétrogrades ou stationnaires (277), il s'ensuit que le mouvement périodique de cette planète,

d'orient en occident, est extrêmement varié : en effet, lorsqu'elle est en M, fig. 106, en conjonction T S M, avec le soleil S, et que l'on commence à la voir le matin, elle a un mouvement moins rapide que celui de cet astre; mais, par rapport aux étoiles, sa vîtesse est la plus grande à laquelle elle puisse atteindre dans toute sa révolution : le soleil allant plus vîte se trouve en *s*, lorsque mars est en *m*, et, la vîtesse de ce dernier continuant à diminuer, il arrive en *a*, à environ $252^{deg.}$ du soleil *ſs*; là il demeure quelque temps stationnaire, puis il a un mouvement rétrograde : arrivé en M′ au milieu de sa rétrogradation, son diamètre est à son maximum et le soleil est en opposition S′; le mouvement rétrograde continuant jusqu'en *b* à $152^{deg.}$ environ du soleil *ſs*, mars paraît de nouveau stationnaire, et reprend ensuite son mouvement direct, en accélérant sa vîtesse jusqu'à ce qu'il ait de nouveau atteint le soleil pour se trouver en conjonction avec lui en M″ Σ *T*.

279. La révolution de mars par rapport à ses conjonctions avec le soleil est de 809 jours; son mouvement rétrograde est de 73 jours, et l'arc de rétrogradation est de $18^{deg.}$; mais la durée de sa révolution, par rapport à ses conjonctions, celle de sa rétrogradation et la grandeur de l'arc de cette rétrogradation, ont des variations sensibles, et cette planète ne se meut pas exactement dans le plan de l'écliptique, mais s'en écarte de quelques degrés.

§. XXXI.

Des mouvemens de Cérès.

280. Cérès, découverte le premier jour de ce siècle, n'a été que peu observée jusqu'à présent; cependant on lui a reconnu, comme aux autres planètes, deux mouvemens, l'un diurne autour de la terre, et l'autre périodique : ce dernier est quelquefois direct d'occident en orient, d'autrefois rétrograde, d'orient en occident; on observe aussi des positions dans lesquelles elle reste quelque temps stationnaire : ainsi son mouvement apparent est tout-à-fait semblable à celui que l'on a remarqué dans les autres planètes.

§. XXXII.

Des mouvemens apparens de Jupiter.

281. Jupiter a, comme mars, deux mouvemens apparens; l'un diurne, composé de la rotation de la terre et de l'angle qu'il paraît parcourir dans l'espace, l'autre périodique, par rapport aux étoiles, formé de la somme des angles diurnes.

282. Le mouvement périodique de jupiter se fait, ainsi que celui de mars, d'occident en orient; il est très-varié, étant direct, stationnaire et rétrograde. Le mouvement stationnaire s'observe lorsque Jupiter est

éloigné d'environ 128 deg. du soleil. La durée de sa révolution, par rapport aux conjonctions, est d'environ 4388 jours, celle de sa rétrogradation de 121 jours, et l'arc de rétrogradation de 11 degrés.

Le mouvement de cette planète a des différences sensibles dans sa révolution, par rapport aux conjonctions, dans l'étendue et la durée de sa rétrogradation, et son mouvement ne s'exécute pas exactement dans le plan de l'écliptique, mais s'en écarte de 1 ou 2 degrés.

§. XXXIII.

Des mouvemens apparens de Saturne et d'Uranus.

283. Saturne et uranus ont aussi deux mouvemens apparens, le premier diurne, le second périodique : leur mouvement diurne se compose de la rotation de notre globe et de l'angle diurne que ces planètes forment; leur mouvement périodique, qui se fait d'occident en orient, est direct, stationnaire et retrograde.

284. Le mouvement stationnaire de saturne s'observe lorsqu'il est éloigné de 121 deg. du soleil; la durée de sa révolution, par rapport aux conjonctions, est de 10963 jours, celle de sa rétrogradation de 139 jours, et l'arc de rétrogradation de 7 degrés.

285. Le mouvement stationnaire d'uranus s'ob-

serve lorsque cette planète est éloignée de 115$^{deg.}$ du soleil; la durée de sa révolution par rapport aux conjonctions est de 31050 jours, celle de sa rétrogradation de 151 jours, et l'arc de cette rétrogradation de 4 deg.

Récapitulation.

286. Il suit de ce que nous venons d'exposer que les planètes peuvent être divisées en deux classes, savoir, celles qui paraissent osciller autour du soleil, et celles qui s'écartent de cet astre à toutes distances; que celles de la première classe sont mercure et vénus, et celles de la seconde, mars, cérès, jupiter, saturne et uranus; que ces cinq dernières ont deux mouvemens apparens, l'un diurne, l'autre périodique; que le mouvement diurne, qui est inégal, se compose de celui de rotation de la terre, de l'arc diurne de ces planètes; et que ces arcs sont inégaux; que leur mouvement périodique est composé de la somme de tous ces arcs, et que dans leur marche, qui s'exécute généralement d'occident en orient, on remarque des mouvemens inégaux, directs et rétrogrades; qu'entre ces deux derniers, ces planètes sont quelque temps stationnaires, et qu'enfin leur mouvement n'est jamais aussi accéléré que celui du soleil.

§. XXXIV.

Des mouvemens réels de Mars, Cérès, Jupiter, Saturne et Uranus.

287. En comparant le mouvement périodique, direct, inégal, rétrograde, et les intervalles stationnaires de mars, cérès, jupiter, saturne et uranus (278, 280, 282, 284, 285,), aux mouvemens apparens de mercure et de vénus, on remarque entre eux une telle analogie, que l'on est conduit à chercher si ceux de ces cinq planètes ne s'exécutent pas, comme ceux des deux autres, autour du soleil.

288. En effet, si l'on suppose que la planète se meut autour de cet astre S, fig. 107, dans l'orbe MC*m*D, tandis que la terre se meut dans l'orbe TAB, on voit que quand la planète M, en conjonction avec le soleil S, se meut de M en M', en même temps que la terre se meut de T en *t*, l'angle $M'te$, résultant des deux mouvemens, est dans le sens de la marche apparente du soleil S*te*, rapportée à la droite *te*, parallèle à TE, ou dirigée vers une étoile; mais que l'angle que la planète paraît avoir formé, par la combinaison des deux mouvemens, est moins grand que celui du soleil; on voit aussi que quand la planète, avant d'arriver à son opposition, est en μ, et notre globe en T, dans le mouvement $\mu\mu'$, pendant que la terre va de T en *t*, les directions T μ,

$t\mu'$ restent parallèles, et que comme les angles ET μ, $e\,t\,\mu'$ sont égaux, elle paraît stationnaire, parce que, par la combinaison des deux mouvemens, sa direction correspond au même point du ciel : on voit encore, lorsque la planète est en m, en opposition avec le soleil, et qu'elle se meut de m en m', tandis que la terre se meut de T en t, que l'angle $m'\,t\,e$, provenant de la combinaison des deux mouvemens, qu'elle forme avec la prolongation de la direction $e\,t$E', parallèle à m T E, est tellement situé que la planète semble avoir été de E' vers m', dans une direction opposée au soleil, qui paraît s'être mu de Σ vers S; d'où il suit qu'elle a un mouvement apparent rétrograde : ainsi la grande variation que les planètes de mars, cérès, jupiter, saturne et uranus, présentent dans leurs mouvemens, qui sont, ou directs avec le soleil lorsqu'il y a conjonction, ou rétrogrades quand il y a opposition, ou stationnaires avant et après les conjonctions, peut être expliquée en supposant à ces planètes, comme à la terre, à vénus et à mercure, un mouvement autour du soleil d'occident en orient ; et si ensuite on fait remarquer que les distances, lorsque le mouvement est rétrograde, sont à leur *minimum* (1), tandis qu'elles sont à leur maximum lorsque le mouvement direct est le plus grand possible, cette supposition acquerra une nou-

(1) MINIMUM est imité du latin *minimum*, très-petit.

velle force, et se changera enfin en certitude quand on aura déterminé l'orbe que ces planètes parcourent.

289. Pour déterminer la forme et les positions de l'orbe d'une planète, il faut avoir, jour par jour, ses directions dans l'espace, et rapporter sur ces directions la distance de la planète à la terre. On connaît cette direction en la comparant à celle d'une étoile; mais la détermination de sa distance exige que l'on ait d'abord celle de la planète pour un diamètre apparent quelconque, parce que les autres distances sont réciproques aux diamètres apparens (127). La détermination de la distance pour un diamètre apparent exige l'emploi de méthodes différentes, qui dépendent des circonstances particulières dans lesquelles la planète se trouve; il est donc utile d'examiner séparément les méthodes qu'on a employées pour connaître les distances de mars, cérès, jupiter, saturne et uranus.

§. XXXV.

De la distance de Mars à la Terre.

290. Si la détermination de la distance de mars à la terre est celle qui a présenté le plus de difficultés, c'est aussi celle dont on a tiré le plus grand parti. Pour obtenir cette distance, on a d'abord cherché la loi du mouvement de cette planète autour du soleil; et, afin de la découvrir, on a choisi les positions de

mars les plus propres à déterminer ses directions au soleil avec une droite invariable passant par le centre de cet astre. On peut employer pour cette observation les conjonctions de mars et du soleil, puisque de la terre on voit cette planète répondre au même point de l'écliptique auquel on la rapporterait si elle était vue du centre du soleil. Soit aSA, fig. 108, une première conjonction de mars A avec le soleil S vue de la terre; comme dans cette conjonction la direction aSA peut être rapportée à une étoile, cette direction est prise pour la droite invariable à laquelle les autres conjonctions doivent être rapportées. Quel que soit le rapport de la vitesse de mars à celle de la terre, on observe, après un espace de temps dépendant du rapport des deux révolutions, une seconde conjonction bSB, ensuite une troisième cSC, et d'autres conjonctions successives dSD, eSE, fSF, gSG, hSH, iSI, kSK, etc.; et l'on peut, par le temps écoulé entre chacune d'elles, connaître le rapport des temps que la planète a mis à parcourir l'arc excédant une de ses révolutions entières; car si T, T', T'', T''', etc. sont les temps écoulés entre chaque conjonction, et m, n, o, p, etc. les arcs correspondans excédant la révolution entière, et si la durée de la révolution entière de mars autour du soleil était constante, et qu'elle pût être exprimée par θ, on aurait $\theta + x = T$ pour la première révolution, $\theta + x' = T'$ pour la seconde, et $\theta + x''$

$=T''$, $\theta + x''' = T'''$, etc. pour les autres, alors les temps x, x', x'', x''', etc. correspondraient aux arcs m, n, o, p, etc. En comparant donc entre elles un grand nombre de conjonctions pour la terre, ou d'oppositions pour le soleil, on peut découvrir la loi qui existe entre le temps et le mouvement héliocentrique, ou son mouvement angulaire autour du soleil : l'analyse offre pour cet objet diverses méthodes, qui se simplifient, pour le cas présent, par les considérations que les principales inégalités de mars redevenant les mêmes à chacune de ses révolutions sidérales, leur ensemble peut être exprimé par une série fort convergente de sinus d'angles multiples de son moyen mouvement, série dont il est facile de déterminer les coefficiens. En réunissant quelques observations choisies, on a trouvé par ce moyen que le mouvement sidéral de mars est de 686^{jours}99796″.

291. Lorsqu'on connaît la loi du mouvement de mars autour du soleil, on peut facilement avoir sa distance à la terre, en observant cette planète dans les *quadratures* (132), c'est-à-dire à l'époque où mars et le soleil, vus de la terre en θ, t, fig. 109, se présentent sous le plus grand angle, et lorsque les angles $\theta S \mu$ ou $t s m$ sont droits ; car, dans les triangles $\theta S \mu$, $t s m$, l'observation donne directement les angles $S \theta \mu$, $s t m$, à la terre. La loi du mouvement héliocentrique indique l'instant où l'angle est droit, ou, pour un instant quelconque, quel est

l'angle $\theta S \mu$ au soleil : ainsi, dans les triangles formés par mars, le soleil et la terre, on peut toujours connaître deux angles ; l'on connaît aussi la distance du soleil à la terre, d'où l'on doit déduire la distance de mars à la terre, et le rayon vecteur de cette planète au soleil, en parties de celui de la terre. C'est ainsi que l'on a trouvé que la plus grande distance de mars à la terre est d'environ deux fois et demie celle du soleil à la terre; sa plus petite distance environ 0,5; que le diamètre de mars est à peu près la moitié de celui de la terre, et son volume un peu moins de $\frac{1}{4}$.

§. XXXVI.

De la distance de Jupiter à la Terre.

292. On apperçoit près de jupiter quatre satellites, qui oscillent sans cesse autour de cette planète ; l'examen de leurs oscillations et de leurs passages sur son disque a fait conclure qu'ils ont un mouvement périodique d'occident en orient dans un orbe rentrant, et que la durée de ce mouvement varie pour chaque satellite : c'est du rapport du mouvement des satellites, comparé à celui de la planète, que l'on se sert pour déterminer la masse de jupiter.

293. On peut, par le temps écoulé entre deux passages successifs d'un satellite sur le milieu du disque de jupiter, comparé au mouvement de cette planète dans l'espace, déterminer la durée d'une

révolution sidérale du satellite autour de jupiter; car si, dans une conjonction inférieure, la terre en T, fig. 110, le satellite en S, et jupiter en J, la direction sidérale de ce dernier, par rapport au satellite, est S J E, et que, pendant l'intervalle écoulé entre cette conjonction et la suivante, la terre se meuve de T en *t*, et jupiter de J en *j*, la conjonction aura lieu dans un point *s* plus avancé; mais, si du centre de jupiter *j* on mène une droite Σ*e* parallèle à SE, l'arc décrit par le satellite égale la circonférence entière, plus l'arc Σ *s* : or, l'angle Σ*js*=*jt*E', qui lui est opposé, et qui est formé des directions de la terre à l'étoile correspondant à la première conjonction, et de la direction de la terre au centre de jupiter, lors de la seconde conjonction; cet angle pouvant être obtenu par l'observation, il s'ensuit que l'on peut, par ce moyen, connaître l'arc parcouru par le satellite dans l'intervalle de deux conjonctions, ainsi que le temps qu'il a mis à parcourir cet arc, et qu'en comparant ensemble plusieurs observations semblables, on détermine la loi du mouvement sidéral des satellites autour de jupiter. C'est en effet ainsi, et sur-tout par leurs éclipses, que l'on a trouvé que la durée de leur révolution est :

1er satellite.	1.^jour^	7691379.
2^e^	3.	5511810.
3^e^	7.	1545528.
4^e^	16.	6890194.

294. En comparant l'angle des plus grands écarts du satellite A T J, J T B, à celui du demi-diamètre de jupiter C T J, on détermine la forme de l'orbe et le rapport de son plus grand à son plus petit diamètre; c'est ainsi que l'on a trouvé que les distances moyennes de ces satellites au centre de la planète, en prenant le demi-diamètre de cette dernière pour unité, sont:

1er satellite.	5, 697300.
2e	9, 065898.
3e	14, 461628.
4e	24, 436000.

Le premier et le second satellites ne présentent pas de différences sensibles dans leurs plus grands écarts; le troisième n'en offre qu'une très-faible, et celle du quatrième est la plus considérable; d'où l'on conclut que les orbes des premier et second satellites sont sensiblement circulaires, celle du troisième faiblement elliptique, et que celle du quatrième a une ellipticité très-sensible.

295. Si l'on observe le temps que dure une éclipse d'un satellite de jupiter, on verra que la moitié de sa durée coïncide à peu près avec le point de son orbe où il est en opposition avec le soleil, et donne la direction prolongée du rayon vecteur du soleil à la planète. Si l'on remarque l'instant d'une première conjonction T S J, fig. 111, d'un satellite de jupiter,

et celui du milieu de l'éclipse du même satellite, qui a lieu immédiatement après cette observation; connaissant la loi du mouvement du satellite, on a, par le temps écoulé entre les deux observations, l'arc sidéral qu'il a décrit autour de la planète. Si donc, pendant cet intervalle, jupiter s'est porté de J en j, et que du centre de l'astre dans cette seconde position, on mène une ligne $e\,e'$ parallèle à T E, direction de la conjonction précédente, l'arc décrit par le satellite sera $e'\,\mathrm{D}\,e\,s$: maintenant, si de cet arc, connu par le temps écoulé entre les deux observations, on retranche la demi-circonférence $s\,e\,\mathrm{D}$, il restera l'arc $\mathrm{D\,A}\,e'$, composé des angles $e'\,j\,\mathrm{A}$ et $\mathrm{A}\,j\,\mathrm{D}$; mais, à cause des parallèles $e'\,e$, $t\,\mathrm{E}'$, on a l'angle $e'\,j\,\mathrm{A} = j\,t\,\mathrm{E}'$; et l'on peut avoir ce dernier en prenant l'angle de jupiter à la terre dans sa seconde position avec la direction $t\,\mathrm{E}'$ qu'il avait dans sa première; retranchant cet angle de la somme des deux autres, il reste l'angle $\mathrm{A}\,j\,\mathrm{D}$ ou $t\,j\,\Sigma$ formé par les droites menées du centre de jupiter aux centres du soleil Σ et de la terre t : ainsi, dans le triangle $t\,j\,\Sigma$ formé par la position des trois astres, on connaît l'angle à jupiter; on peut, par l'observation, avoir celui à la terre $j\,t\,\Sigma$, et l'on connaît aussi la distance de la terre au soleil : on doit donc en conclure la distance de jupiter au soleil et à la terre en distances du soleil à la terre; et l'on trouve, par cette méthode, que la plus grande distance de cette planète

à la terre est d'environ 6, 2 fois la distance du soleil à cette dernière, et sa plus petite distance 4, 2; enfin que son diamètre est plus de 11 fois plus considérable que celui de la terre, et son volume plus de 1000 fois.

§. XXXVII.

De la distance de Saturne à la Terre.

296. Saturne est environné de sept satellites, qui oscillent autour de cette planète de même que ceux de jupiter autour de ce dernier. La durée moyenne des révolutions sidérales, déduite de leur passage sur le disque de saturne, est :

Pour le 1er satellite. . .	0,	jours 94271″.
2e	1,	37024″.
3e	1,	88780″.
4e	2,	73948″.
5e	4,	51749″.
6e	15,	94530″.
7e	79,	32960″.

Leurs distances, déduites de leurs écarts, en prenant pour unité le demi-diamètre de l'équateur de saturne, sont :

1er satellite.	5. 080.
2e	3. 952.
3e	4. 893.
4e	6. 268.
5e	8. 754.
6e	20. 295.
7e	59. 154.

Le grand éloignement des satellites de saturne et la difficulté d'observer leur position n'ont pas permis de reconnaître l'ellipticité de leurs orbites, et encore moins les inégalités de leurs mouvemens; cependant l'inégalité du sixième satellite est sensible.

297. L'anneau de saturne ASC, fig. 112, étant incliné de 34° 8 sur le plan de l'écliptique (73), ne se présente jamais qu'obliquement à la terre T, ou sous la forme d'une ellipse $A' B'$, ab, ou sous celle d'une ligne droite AB : il paraît sous la forme d'une droite lorsque la ligne des nœuds M', N', mn, MN, $\mu\gamma$, est dans la droite TS menée du centre de la terre à celui de saturne, comme en MN; et l'ellipse est la plus grande lorsque la droite TS, menée du centre de la terre à celui de la planète, est perpendiculaire à celle des nœuds, comme en $M' N'$: dans cette position, le petit axe EF est moitié de la longueur du grand axe $A' B'$.

298. L'inclinaison de l'anneau sur l'écliptique se mesure par la plus grande ouverture de l'ellipse qu'il

nous présente; la position de ses nœuds peut se déterminer par la situation apparente de la planète au moment où l'anneau disparaît et réparaît, la terre étant dans son plan. Toutes les disparitions et réapparitions, d'où résulte la même position sidérale des nœuds, sont dues à ce que son plan rencontre la terre, comme en T M N; les autres viennent de la rencontre du même plan par le soleil $\Sigma \mu \gamma$: on peut donc reconnaître par la position de saturne, lorsque l'anneau paraît ou disparaît, si ce phénomène dépend de la rencontre de son plan par le soleil ou par la terre. Quand ce plan passe par le soleil $\Sigma \mu \gamma$, la position de ces nœuds donne celle de saturne vu du centre du soleil, et alors on peut déterminer la distance rectiligne de cette planète à la terre; car, dans le triangle $T \Sigma \sigma$, formé par les centres de la terre, du soleil et de saturne, on sait que la droite $\Sigma \nu \sigma$ est parallèle à T M N, direction des nœuds : si donc on prend de la terre T l'angle $\Sigma T \sigma$ du soleil et de saturne à la terre, et l'angle $\sigma T M$ formé par la direction des nœuds T M, et celle de la planète $T \sigma$, on aura l'angle à saturne $T \sigma \Sigma$, qui est semblable à $M T \sigma$: ainsi dans le triangle $T \sigma \Sigma$ on connaît trois angles $\sigma T \Sigma$, $T \Sigma \sigma$, $M T \sigma$, et la distance du soleil à la terre $T \Sigma$; d'où l'on doit conclure la distance $T \sigma$ de saturne à la terre, et celle de $\sigma \Sigma$ de saturne au soleil : on a trouvé par cette méthode que, dans ses plus petites distances, cette planète est éloignée de la terre

d'environ 8, 5 fois la distance du soleil à la terre, et de 10, 5 fois dans son plus grand éloignement; que son diamètre est dix fois plus grand que celui de la terre, et son volume mille fois plus considérable.

299. Les distances de jupiter et de saturne au soleil et à la terre, déterminées par les méthodes indiquées, parag. XXXVI et XXXVII, ne sont qu'approximatives. On fait généralement usage de la parallaxe annuelle, déterminée par les lois du mouvement des planètes et de la terre, telle qu'elle a été indiquée pour la distance de mars.

§. XXXVIII.

De la distance d'Uranus et de Cérès à la Terre.

300. Uranus est environné de six satellites ; les durées de leurs révolutions sidérales sont :

1er satellite.	5. jours	8926.
2e	8.	7068.
3e	10.	9611.
4e	13.	4559.
5e	38.	0750.
6e	107.	6944.

Leurs moyennes distances à la planète, en prenant pour unité son demi-diamètre, sont :

1er satellite.	13. 120.
2^e	17. 022.
3^e	19. 845.
4^e	22. 752.
5^e	45. 507.
6^e	91. 008.

La durée de la révolution des second et quatrième satellites a été déduite de l'observation; les autres durées ont été conclues des plus grandes *élongations* (258) observées, et de l'hypothèse que les carrés des temps des révolutions sont comme les cubes de leurs distances moyennes au centre de la planète; hypothèse que nous examinerons dans les leçons suivantes, et qui se trouve confirmée par l'observation des second et quatrième satellites.

301. Quoique uranus soit accompagné de satellites, ainsi que jupiter, il n'a pas été possible de se servir de l'observation de leurs éclipses pour déterminer leur distance, et l'on a été obligé de faire usage, ainsi que pour cérès, des connaissances que l'on a surleur vitesse, lesquelles sont encore imparfaites, à cause du peu de temps qu'on a pu les observer, la découverte de ces planètes étant récente; et l'on a employé aussi le beau rapport trouvé par Kepler entre la vitesse des planètes et leur grand axe, que nous ferons connaître dans une autre leçon. On trouve par cette méthode que, dans ses plus petites

distances, uranus est dix-huit fois plus éloigné de la terre que le soleil, et vingt fois dans ses plus grandes; et il résulte de cette distance que le diamètre d'uranus est environ quatre fois et demie plus grand que celui de la terre, et son volume plus de quatre-vingts fois plus considérable. On trouve de même que la distance moyenne de cérès est environ 2, 8 fois celle de la terre au soleil.

§. XXXIX.

Des orbes des Planètes.

302. Quand on prend, jour par jour, la direction de chaque planète, et que, sur chaque direction, on rapporte leurs distances à la terre, on trouve, en supposant cette dernière immobile, que la courbe qu'elles décrivent dans l'espace est une espèce d'épicycloïde M m M' μ M″, fig. 106, formée par le mouvement de la planète sur une ellipse entraînée par le soleil dans son mouvement autour de la terre, et à un des foyers de laquelle le centre du soleil est placé : si l'on suppose cet astre immobile, et la terre tournant autour de lui, la figure de l'orbe est de même une ellipse à un des foyers de laquelle le centre du soleil est placé : ainsi toutes les planètes connues, c'est-à-dire mercure, vénus, la terre, mars, cérès, jupiter, saturne et uranus, *se meuvent autour du*

soleil dans un orbe elliptique dont un des foyers est occupé par le centre de l'astre solaire; mais chacune de ces ellipses a un grand axe, une excentricité et une inclinaison différens.

La loi du mouvement elliptique des planètes a été découverte par Kepler.

303. Les rapports des demi-grands axes des huit planètes, ou leurs moyennes distances au soleil, sont, fig. 113:

Pour Mercure Σ m. . .	0, 387100.
Vénus Σ V.	0, 723332.
La terre Σ T. . .	1, 000000.
Mars Σ M.	1, 523693.
Cérès Σ C.	2, 794000.
Jupiter Σ J.	5, 202778.
Saturne Σ S.	9, 538785.
Uranus Σ U.	19, 183475.

Les excentricités comparées aux demi-grands axes, prises pour unités, étaient en 1750:

Mercure.	0, 205515.
Vénus.	0, 006885.
La terre.	0, 016814.
Mars.	0, 093088.
Cérès.	0, 081000.
Jupiter.	0, 048077.
Saturne.	0, 056223.
Uranus.	0, 046683.

L'inclinaison à l'écliptique, fig. 114, était au commencement de 1750 :

Mercure m Σ T.	7.°	7778″.
Vénus V Σ T.	3.	7701.
La terre.	0.	0000.
Mars M Σ T.	2.	0556.
Cérès C Σ T.	11.	5740.
Jupiter J Σ T.	1.	4636.
Saturne S Σ T.	2.	7762.
Uranus U Σ T.	0.	8599.

Les durées des révolutions sidérales sont :

Mercure.	87.jours	969255.
Vénus.	224.	700817.
La terre.	365.	256384.
Mars.	686.	979579.
Cérès.	1681.	500000.
Jupiter.	4332.	602208.
Saturne.	10759.	077213.
Uranus.	30689.	000000.

La longitude moyenne de toutes ces planètes, comptée de l'équinoxe moyen du printemps Σ E, fig. 115, était au 31 décembre 1749 à midi, temps moyen à Paris.

Mercure E Σ m.	281.°	3194″.
Vénus E Σ V.	51.	4963.
La terre E Σ T.	311.	1218.
Mars E Σ M.	24.	4219.
Jupiter E Σ J.	4.	1201.
Saturne E Σ S.	257.	0438.
Uranus E Σ U.	353.	9610.

304. Les mouvemens périodiques de mars, cérès, jupiter, saturne et uranus, ont, comme ceux de mercure, de vénus et de la terre, cinq sortes de variations occasionnées, 1° par leur mouvement dans l'ellipse; 2° par celui du grand axe de l'ellipse; 3° par la variation dans l'excentricité de cette ellipse; 4° par le mouvement des nœuds des orbes sur le plan de l'écliptique; 5° par la variation dans l'angle que font les orbes avec l'écliptique.

305. Toutes les planètes ont dans leurs ellipses un mouvement plus rapide au périhélie qu'à l'aphélie; la variation dans la vîtesse est réciproque au carré de leur rayon vecteur; d'où il suit que les aires décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps : comme ce rapport est général, et qu'il s'observe également dans le mouvement des satellites autour de leurs planètes, Kepler en a formé cette deuxième loi fondamentale du mouvement des corps célestes, *que les aires décrites autour du soleil par les rayons vecteurs des planètes, et au-*

tour des planètes par les rayons vecteurs des satellites, sont proportionnelles aux temps employés à les décrire.

306. Le grand axe de chaque ellipse a un mouvement d'occident en orient différent dans chaque orbe. Le mouvement sidéral et séculaire du périhélie est :

Mercure.	1735.″ 50.
Vénus.	— 699. 07.
La terre.	3671. 63.
Mars.	4834. 57.
Jupiter.	2030. 25.
Saturne.	4967. 64.
Uranus.	759. 85.

La longitude du périhélie des grands axes était, fig. 116, au commencement de 1750 :

Mercure m Σ E.	81.° 7401.
Vénus V Σ E.	141. 9759.
La terre T Σ E.	309. 5790.
Mars M Σ E.	368. 3006.
Jupiter J Σ E.	11. 5012.
Saturne S Σ E.	97. 9466.
Uranus U Σ E.	185. 1262.

307. L'excentricité des ellipses des orbes de chaque planète varie, soit en augmentant, soit en diminuant l'ellipticité; les variations séculaires de ce rapport sont :

Mercure.	+	0. 000003369.
Vénus.	—	0. 000062905.
La terre.	—	0. 000045572.
Mars.	+	0. 000090685.
Jupiter.	+	0. 000134245.
Saturne.	—	0. 000261553.
Uranus.	—	0. 000026228.

308. L'intersection des orbes sur le plan de l'écliptique varie pour chacun de ces orbes. Le mouvement des nœuds est rétrograde sur celui de la planète, et se fait d'orient en occident. La variation séculaire est :

Mercure. . . .	—	2332.″	90.
Vénus.	—	5673.	60.
La terre. . . .		0000.	00.
Mars.	—	7027.	41.
Jupiter.	—	4509.	50.
Saturne.	—	5781.	54.
Uranus.	—	10608.	00.

La longitude du nœud ascendant sur l'écliptique était au commencement de 1750, fig. 114 :

Mercure m Σ E. . . .	50.°	3836.″
Vénus V Σ E.	82.	7093.
La terre.	00.	0000.
Mars M Σ E.	52.	9377.
Jupiter J Σ E.	108.	8062.
Saturne S Σ E.	123.	9327.
Uranus U Σ E.	80.	7015.

309. L'inclinaison des orbes des planètes sur l'écliptique varie; la variation séculaire est de :

Mercure.	+	55."	09.
Vénus.	+	13.	80.
La terre.		00.	00.
Mars.	—	4.	45.
Jupiter.	—	67.	40.
Saturne.	—	47.	87.
Uranus.	+	9.	38.

§. XL.

De la Rotation des Planètes et des Satellites.

310. Les taches que l'on voit distinctement sur le disque de mars, de jupiter et de saturne, et leur changement de position, ont fait conclure que ces planètes ont un mouvement de rotation sur elles-mêmes d'occident en orient; la durée de leur rotation est :

Mars, de	1.jour	02733."
Jupiter.	0.	41377.
Saturne.	0.	42800.

On présume, par analogie, qu'uranus et cérès ont aussi un mouvement de rotation.

L'axe de rotation de mars est incliné sur l'écliptique de 66.° 33′; celui de jupiter est presque perpendiculaire à l'écliptique.

311. Les satellites de jupiter ayant à diverses époques un éclat différent, cette différence de clarté et la comparaison qu'on a faite de l'intensité de la lumière qu'ils envoient ont servi à faire présumer qu'ils ont un mouvement de rotation : *Herschel*, qui s'est occupé de cette recherche délicate, a observé qu'ils se surpassent alternativement en clarté, circonstance propre à nous faire juger de leur éclat respectif. Les rapports des maxima et des minima de la lumière qu'ils envoient avec leurs positions mutuelles lui ont fait connaître qu'ils tournent sur eux-mêmes, comme la lune, dans un temps égal à la durée de leur révolution autour de leur planète : *Maraldi*, en observant les retours d'une même tache sur le disque du quatrième satellite dans ses passages sur jupiter, en avait déduit le même résultat à l'égard de ce quatrième satellite. Ce phénomène se remarque aussi dans le septième satellite de saturne : lorsqu'il est à l'orient de sa planète, sa lumière s'affaiblit à un tel point, qu'il devient très-difficile de le distinguer; ce qui ne peut provenir que des taches qui couvrent l'hémisphère qu'il nous présente : on conçoit que, pour nous offrir constamment dans la même position ce phénomène, il faut que ce satellite, en cela semblable à la lune et

aux satellites de jupiter, tourne sur lui-même dans un temps égal à celui de sa révolution autour de saturne ; ainsi l'égalité entre les durées de la rotation et de la révolution paraît être une loi générale des mouvemens des satellites.

Le grand éloignement des corps célestes affaiblissant l'apparence des phénomènes que leurs surfaces présentent, et les réduisant à de très-légères variétés dans l'intensité de leur lumière, lesquelles échappent à la première vue, et qu'un long exercice dans ce genre d'observation peut seul rendre sensibles, « on ne doit, dit Laplace, employer qu'avec une extrême circonspection ce moyen de suppléer à l'imperfection de nos organes, pour ne pas se tromper sur les causes dont ces variétés dépendent.

312. La surface de l'anneau de saturne n'est pas continue (76); une bande noire, qui lui est concentrique, la sépare en deux parties, dont chacune paraît former un anneau distinct; et d'autres bandes noires, apperçues par plusieurs observateurs, semblent même indiquer un plus grand nombre d'anneaux. Herschel, en observant quelques points brillans de l'anneau, a conclu qu'il a un mouvement de rotation d'occident en orient, dans une période de o.^{jour} 437′, autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et passant par le centre de la planète.

Récapitulation.

313. Il suit de ce que nous venons d'exposer que les planètes ont deux sortes de mouvemens, l'un de rotation sur leur axe, l'autre périodique autour du soleil; que, dans toutes, ces mouvemens s'exécutent d'occident en orient; que celui de rotation a été reconnu par plusieurs taches qui couvrent la surface de quelques-unes, et qu'on a conclu, par analogie, que mercure, uranus et cérès en ont un semblable; que *le mouvement périodique des planètes se fait dans des orbes elliptiques dont le centre du soleil occupe un des foyers*, généralité dont Kepler a formé sa première loi du mouvement des corps célestes; que la figure de ces orbes a été déterminée en prenant, jour par jour, les directions des planètes dans le ciel, et rapportant sur ces directions leurs distances à la terre; que ces distances ont été prises par des méthodes différentes pour mars, jupiter et saturne; que le mouvement de toutes les planètes autour du soleil est sujet à cinq inégalités; la première dans le mouvement sur l'ellipse, d'où résulte cette seconde loi de Kepler que *les aires décrites autour du soleil par les rayons vecteurs des planètes sont proportionnelles aux temps employés à les décrire*; la seconde dans le grand axe de l'ellipse, qui a un mouvement d'occident en

orient; la troisième dans l'excentricité des ellipses, qui s'écartent ou se rapprochent de la forme circulaire; la quatrième dans le mouvement des nœuds, qui, dans tous les orbes, s'exécute d'orient en occident; la cinquième dans l'inclinaison des orbes sur l'écliptique, laquelle augmente ou diminue tous les siècles; que les satellites ont aussi deux mouvemens, l'un de rotation sur leur axe, et l'autre périodique autour de leurs planètes; que la durée du mouvement de rotation est égale à celle du mouvement périodique; que ce dernier se fait dans *des orbes elliptiques dont le centre de la planète occupe un des foyers, et que les aires décrites autour des planètes par les rayons vecteurs des satellites sont proportionnelles aux temps employés à les décrire*; que ces deux mouvemens des satellites se font aussi d'occident en orient; enfin que l'anneau même de saturne a un mouvement d'occident en orient sur lui-même, c'est-à-dire autour de sa planète.

APPENDICE

A LA HUITIÈME LEÇON.

§. XLI.

Des Comètes, de leurs Mouvemens apparens et réels, de leurs Orbes, et des Lois de leurs Mouvemens.

314. Nous avons déjà remarqué que les comètes, long-temps invisibles, ne paraissent d'abord qu'avec un faible éclat, qui les fait confondre avec les étoiles les moins perceptibles; qu'elles augmentent ensuite de grandeur et d'éclat, deviennent souvent visibles à la vue simple, et sont accompagnées d'une espèce de nébulosité qui se termine quelquefois en forme de queue (86). Les comètes ont, comme les planètes, deux mouvemens; le premier, qui est diurne, et n'est qu'apparent, est dû au mouvement de rotation de la terre; le second, qui leur est propre, est très-compliqué, et s'exécute dans tous les sens; il diffère du mouvement des planètes, en ce qu'il n'a pas toujours lieu d'occident en orient, et sur des plans peu inclinés à l'écliptique.

315. Lorsqu'on apperçoit une comète dans le ciel, on ne peut observer que sa direction; car sa distance à

la terre ou au soleil ne peut être déterminée immédiatement par l'observation : c'est donc de sa direction seule, vue de la terre, qu'il faut conclure sa position.

Soit la terre T, fig. 117, se mouvant sur son orbe TABD de T en T‴, et la comète C, se mouvant autour du soleil de C en C‴; cela posé, un spectateur sur la surface de la terre peut, dans toutes les positions de cette dernière sur son orbe en T, T′, T″, T‴, prendre les directions TC, T′C′, T″C″, T‴C‴ : ces observations étant les seules que l'on puisse faire, et ces directions les seules données que l'on puisse se procurer, il faut déterminer avec elles le mouvement de la comète, sa vîtesse et la forme de l'orbe sur lequel elle se meut.

316. Tous les corps planétaires parcourant des ellipses autour du soleil, il est naturel de supposer que les comètes se meuvent sur une courbe semblable, et de placer le soleil au foyer de l'ellipse qu'elles décrivent; mais, ces astres disparaissant après s'être montrés quelque temps, leurs orbes doivent être très-alongés, et le soleil doit être très-voisin de la partie de ces orbes où elles sont visibles.

317. Si l'on connaissait la durée de la révolution des comètes, on pourrait, à l'aide de la quatrième loi de Kepler, que nous développerons dans les leçons suivantes, et qui consiste dans *le rapport constant entre les carrés des temps des révolutions des planètes et le cube du grand axe de leur el-*

lipse, déterminer ces grands axes, et, par suite, les six élémens du mouvement elliptique ; mais la plupart des comètes n'ont été observées qu'en une de leurs apparitions. Une seule ayant déjà été observée pendant quatre apparitions successives, en 1531, 1607, 1682 et 1759, on a déterminé, 1° la durée de sa révolution, qui est de soixante-seize ans; 2° son grand axe, de 35, 9 fois la distance du soleil à la terre; 3° sa distance périhélie, de 0, 58 du grand axe de l'orbe terrestre; 4° son plus grand éloignement du soleil, au moins trente-cinq fois celui de la terre. On a remarqué aussi quelques anomalies dans sa révolution, puisque son retour a été de treize mois plus long de 1531 à 1607, que de cette dernière époque à 1682, et de huit mois plus court de 1607 à 1682, que de 1682 à 1759. Ne pouvant déterminer les élémens de l'orbe elliptique des comètes par les observations faites sur une seule de leurs apparitions, on a été obligé d'employer une autre méthode pour connaître la route qu'elles suivent dans le ciel.

Comme la petite portion de l'ellipse extrêmement alongée, décrite par la comète pendant son apparition, peut sensiblement se confondre avec une *parabole* (1), on a calculé son mouvement durant son

(1) PARABOLE vient du grec παρα, *par-dessus*, βαλλω, *je jette*, *je lance*; c'est la courbe formée par le mouvement d'un projectile lancé au-dessus de la surface de la terre.

apparition, comme si la portion de la courbe décrite était parabolique.

Si l'on imagine, fig. 118, une planète mue dans le cercle P M B, dont le rayon soit égal à la distance périhélie S P de l'orbe d'une comète P N A, le secteur P S N de la comète sera au secteur P S M de la planète : : $\sqrt{AS} : \sqrt{\frac{AP}{2}}$, c'est-à-dire comme la racine carrée du rayon de la distance aphélie de la comète est à la racine carrée du demi-grand axe de l'ellipse.

En effet, soit s le secteur P S N décrit par le rayon vecteur de la comète, et s' celui P S M décrit par le rayon vecteur de la planète; soit e la surface de l'ellipse, et e' celle du cercle; soit encore a le rayon du cercle ou la distance périhélie de la planète, et b sa distance aphélie A S; $a + b$ sera le grand axe; soit enfin t, t' la durée des révolutions de la comète et de la planète, on aura $s : s' :: \frac{e}{t} : \frac{e'}{t'}$, et $s^2 : s'^2 :: \frac{e^2}{t^2} : \frac{e'^2}{t'^2}$. Puisque, par la quatrième loi de Kepler, les carrés des révolutions sont comme les cubes des grands axes, on a $t^2 : t'^2 :: \left(\frac{a+b}{2}\right)^3 : a^3$; substituant ces valeurs dans la dernière proportion, on aura $s^2 : s'^2 :: \frac{e^2}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^3} : \frac{e'^2}{a^3}$; mais la surface de l'ellipse $e = \left(\frac{a+b}{2}\right)$

$\sqrt{ab}$, et la surface du cercle $e' = \pi a^2$. Substituant ces valeurs dans la proportion, après en avoir ôté le facteur commun π, on a $s^2 : s'^2 ::$

$$\frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 (ab)}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^3} : \frac{a^4}{a^3} :: \frac{ab}{\left(\frac{a+b}{2}\right)} : a :: ab : a\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$:: b : \frac{a+b}{2}$; d'où $s : s' :: \sqrt{b} : \sqrt{\frac{a+b}{2}}$, mais $b = AS$ et $a + b = AP$, $s = PSN$ et $s' = PSM$; donc $PSN : PSM :: \sqrt{AS} : \sqrt{\frac{AP}{2}}$.

Lorsque l'axe se change en parabole, le rapport entre la distance du périhélie et le demi-grand axe est :: 1 : 2; donc, dans ce cas, le rapport entre les secteurs est :: $1 : \sqrt{2}$.

Quand on a le rapport du secteur de la comète à celui de la planète fictive, on en déduit le rapport du secteur, tracé par le rayon vecteur de la comète au soleil, avec celui que le rayon vecteur de la terre au soleil trace dans le même temps.

318. Si l'on suppose que le mouvement de la comète se fait sur une courbe parabolique, il faut, par les observations, déterminer les élémens du mouvement parabolique, c'est-à-dire, 1° la distance périhélie de la comète; 2° la position du périhélie; 3° l'instant du passage par le périhélie; 4°. l'inclinaison de l'orbe sur l'écliptique; 5° la position des nœuds de l'orbe

parabolique sur celui de la terre. Quoique la recherche de ces élémens présente de grandes difficultés, on est cependant parvenu à les déterminer par différentes méthodes : trois observations suffisent pour cette détermination, les autres ne servent qu'à confirmer l'exactitude de ces élémens et la vérité de la théorie.

319. On emploie ordinairement deux méthodes pour déterminer, d'après trois ou plusieurs observations, les élémens et la position de la parabole; l'une est graphique, l'autre analytique.

320. Par la première méthode, on trace sur un carton la courbe TABD de l'orbe de la terre, fig. 117, et l'on détermine sur cette courbe les points T, T', T'', T''' de la position de la terre au moment de l'observation; on tend ensuite les fils TC, $T'C'$, $T''C''$, T'', C''', qui représentent les directions de la comète dans l'espace au moment de chaque observation, et, après avoir indiqué en *S* la position du centre du soleil, on découpe autour de ce point une longue surface. Sur un second carton, fig. 119, on trace plusieurs paraboles AQI, BRK, CSL, etc.; on découpe chacune de ces paraboles, que l'on place successivement sur l'orbe de la terre, fig. 117, de manière que leur foyer F, fig. 119, coïncide avec le centre du soleil *S*, fig. 117; on donne à ces paraboles différentes inclinaisons, jusqu'à ce qu'elles touchent au moins deux des fils de direction, et, parmi toutes celles qu'on a tracées et découpées, on en

cherche une qui touche trois de ces fils ; on marque sur cette courbe, fig. 117, les points C, C′, C″, C‴ de contact des fils, et, menant de chacun de ces points des droites au foyer F, on compare entre eux les secteurs C F C′, C′ F C″, C″ F C‴, afin de s'assurer s'ils sont proportionnels aux temps écoulés entre chaque observation. Comme, parmi toutes les paraboles que l'on peut tracer, il n'en est qu'une qui puisse être assujettie aux trois conditions, 1° d'avoir son foyer au centre du soleil, 2° de toucher toutes les lignes menées de la terre à la comète, 3° d'avoir des secteurs formés par les droites menées du foyer aux points de contact dont les surfaces soient proportionnelles aux temps écoulés entre chaque observation, il s'ensuit que l'on est sûr d'obtenir ainsi, par le tâtonnement, la parabole unique qui indique la marche de la comète ; et, d'après la position de cette parabole sur le carton représentant l'écliptique, on peut déterminer, 1° la position du périhélie, 2° sa distance, 3° l'instant du passage de la comète au périhélie, 4° l'inclinaison de l'orbe sur l'écliptique, 5° la position des nœuds.

321. Par l'analyse, on fait usage d'une méthode indirecte consistant à chercher une parabole qui satisfasse à deux observations, à calculer ensuite le lieu de la comète à l'instant de la troisième observation, et le comparer à celui observé ; si ce lieu ne coïncide pas, on forme une nouvelle hypothèse, que l'on renou-

velle jusqu'à ce que l'on ait trouvé celle qui satisfait aux trois observations : connaissant les élémens et la position de cette parabole, on en déduit les cinq élémens paraboliques nécessaires pour déterminer la marche de la comète.

322. Laplace propose, dans sa mécanique céleste, une méthode infiniment préférable à toutes celles qui ont été employées jusqu'à présent : elle consiste à déterminer, par l'observation, la latitude et la longitude géocentriques de la comète à plusieurs époques *équidistantes* (1); au moyen de ces données et des formules connues pour l'*interpolation* (2), on parvient à des expressions de la longitude et de la latitude et de leurs différences premières et secondes en fonction du temps; cela posé, on substitue ces expressions dans les trois *équations différentielles secondes* (3) du mouvement de la comète et dans les *intégrales* (4) première et seconde de ces équations :

---

(1) ÉQUIDISTANT vient du latin *æquus*, égal, *distans*, éloigné; c'est l'indication d'éloignemens égaux.

(2) INTERPOLATION vient du latin *inter*, entre, *ponere*, poser; c'est placer des nombres entre plusieurs autres, de manière à ce qu'ils satisfassent à la loi que les premiers ont entre eux.

(3) *Équation différentielle seconde;* c'est une équation qui contient les différences des différences de quantités infiniment petites.

(4) INTÉGRALE vient du latin *integrare*, remettre en

alors il est facile de déduire les cinq élémens paraboliques.

Cette méthode donne avec d'autant plus d'exactitude les élémens de la comète, qu'on y emploie un plus grand nombre d'observations, et que celles-ci sont plus rapprochées les unes des autres.

Laplace donne encore une règle pour corriger les premiers résultats, au moyen de trois observations éloignées entre elles; et, cette correction faite, on a des élémens assez exacts pour reconnaître la comète à son prochain passage : on pourra donc alors déterminer le temps de sa révolution et la grandeur de l'ellipse qu'elle parcourt; ce qui complétera sa théorie.

323. L'hypothèse du mouvement elliptique des comètes a été vérifiée d'abord par celle de 1531, 1607, 1682, 1759, dont on a observé les retours, et par plus de quatre-vingts comètes, dont les nombreuses observations sont exactement représentées par cette théorie; ce qui paraît prouver que leurs mouvemens et leurs retours sont réglés par les mêmes lois que le mouvement des planètes.

324. Le mouvement des comètes diffère cependant

---

son premier état; c'est la réunion des quantités provenant du calcul appliqué sur des différences infiniment petites qui proviennent de deux quantités finies, dont l'une surpasse l'autre infiniment peu.

de celui des planètes, en ce que les premières ne se meuvent pas, comme les secondes, dans un même sens. Parmi les comètes, les unes ont un mouvement direct d'occident en orient, les autres un mouvement rétrograde sur celui-ci. L'inclinaison de leurs orbes offre toutes les variétés possibles, depuis la situation parallèle au plan de l'écliptique jusqu'à la situation perpendiculaire sur ce plan.

325. Lorsqu'une comète a été observée, on juge de sa réapparition quand l'on retrouve les élémens déjà observés : c'est ainsi que l'on a reconnu l'*identité* (1) de la comète de 1531, 1607, 1682 et 1759. Quelquefois cependant deux comètes présentent les mêmes apparences dans leurs mouvemens observés ; telles sont celles des comètes de 1532 et 1661 que l'on avait cru appartenir à la même, et dont on avait fixé la révolution à cent vingt-neuf ans, mais qui n'a pas reparu en 1790, comme on s'y attendait. La plus petite erreur dans l'inclinaison de l'orbite, dans la position des nœuds et du périhélie, et dans la distance de ce dernier, peuvent produire des différences très-considérables. Laplace pense que la probabilité qu'une comète nouvelle ne s'écartera pas d'une comète ancienne de 1 deg. d'inclinaison d'orbite, 1 deg. de position des nœuds, 1 deg. de position du périhélie,

(1) Identité vient du latin *idem*, de même, semblable ; c'est une chose qui ressemble parfaitement à une autre.

et 0,01 de la distance du périhélie, est de $\frac{1}{300,000,000}$. Si l'on multiplie cette fraction par le nombre de comètes visibles et non encore observées, augmenté de l'unité, et si l'on divise l'unité par ce produit, plus 1, le quotient indiquera la probabilité qu'une nouvelle comète est la même que celle déjà observée : appelant x le nombre des comètes visibles, la probabilité $= \frac{300,000,000}{x + 300,000,001}$.

Récapitulation.

326. Il suit de ce que l'on vient d'exposer qu'on ne peut observer que les directions des comètes; que, d'après trois observations exactes on peut, soit par des moyens graphiques, soit par l'analyse, déterminer la portion de l'orbe que les comètes décrivent pendant le court espace de temps qu'elles sont apperçues; que la seule comète dont on ait observé les retours a un mouvement elliptique, et que le mouvement des quatre-vingts-douze comètes sur lesquelles on a fait de nombreuses observations est exactement représenté par la théorie générale des corps planétaires; qu'ainsi les comètes, que l'on a regardées pendant long-temps comme des météores, sont de la même nature que les planètes; que leurs mouvemens et leurs retours sont réglés d'après les mêmes lois; qu'elles n'en diffèrent que par la variété de la direction de leurs

mouvemens et l'inclinaison de leurs orbes sur l'écliptique, puisque les unes se meuvent d'occident en orient, les autres d'orient en occident, et que leurs orbes forment, avec le plan de l'écliptique, tous les angles possibles depuis o jusqu'à 100$^{deg.}$

IXe LEÇON.

§. XLII.

DE LA FIGURE DE LA TERRE, *et des différentes Méthodes employées pour la déterminer.*

327. Tous les corps pèsent sur la surface de la terre : si cette pesanteur tendait vers un centre commun, la figure de la terre serait sphérique. (5)

328. Mais cette planète a un mouvement de rotation sur son axe; et l'on sent qu'en vertu de ce mouvement les molécules qui la composent doivent tendre à s'écarter du centre de rotation avec des forces dépendantes de leurs vîtesses, ainsi que nous l'exposerons dans la Xe leçon. Comme les molécules ont à l'équateur une vîtesse beaucoup plus grande que sur tout autre point, et qu'aux pôles la vîtesse est nulle, il s'ensuit qu'à l'équateur ces molécules ayant

une plus grande tendance à s'écarter de l'axe de leur mouvement que dans toute autre partie, et qu'aux pôles cette tendance étant nulle, la terre, en vertu de son mouvement de rotation, doit perdre de sa forme sphérique, et s'alonger vers l'équateur en s'aplatissant vers les pôles; ce qui fait que sa figure doit approcher de celle d'un ellipsoïde.

329. Puisqu'en vertu de l'action des molécules la forme de la terre devrait être celle d'une sphère (5), et que, par suite du mouvement de rotation, cette sphère doit s'aplatir aux pôles et se renfler à l'équateur, on voit que la figure de la terre doit être celle d'un sphéroïde aplati; mais quelle est rigoureusement cette figure? c'est ce qu'il faut déterminer par l'observation et l'expérience.

330. La forme de la terre peut être déterminée par deux moyens, 1° par la mesure de la pesanteur sur différens points de sa surface, 2° par la mesure des degrés des arcs du méridien et de ceux des parallèles à l'équateur.

331. Un phénomène très-remarquable, dont nous devons la connaissance aux voyages astronomiques faits sur différens points du globe, est la variation de la pesanteur à la surface de la terre : cette force singulière anime dans le même lieu tous les corps proportionnellement à leurs masses, et tend à leur imprimer dans le même temps des vîtesses égales. On sent bien qu'il n'est pas possible de reconnaître

ces variations avec une balance, puisqu'elles affectent également le corps que l'on pèse et le poids auquel on le compare; mais les observations du pendule sont propres à les faire découvrir, car il est clair que ses oscillations doivent être plus lentes dans les lieux où la pesanteur est moindre. Cet instrument, dont l'application aux horloges a prêté de grands secours à l'astronomie moderne et à la géographie, consiste en un corps A, fig. 120, suspendu à l'extrémité d'un fil ou d'une verge inflexible A B, oscillant (1) autour d'un point fixe B placé à l'autre extrémité : en écartant un peu en C le pendule de sa situation verticale B A, et l'abandonnant ensuite à l'action de sa pesanteur, il fait de petites oscillations C D, E F, qui sont, à très-peu près, de la même durée, malgré la différence des arcs qu'il décrit : cette durée dépend de la grandeur et de la figure du corps suspendu, de la masse et de la longueur de la verge; mais les géomètres ont trouvé des règles générales pour déterminer, par l'observation des oscillations d'un pendule composé, de figure quelconque, la longueur d'un pendule simple dont les oscillations auraient une durée connue, et dans lequel la masse de la verge serait supposée nulle relativement à celle

---

(1) OSCILLANT vient du latin *oscillare*, se balancer; c'est le mouvement de balancement d'un corps autour d'un point fixe.

du corps considéré comme un point infiniment dense : la longueur de ce pendule est égale à la somme des produits de tous les points matériels du pendule composé, multiplié par le carré de leurs distances au centre de suspension, divisé par le produit de la somme de tous les points matériels, par leurs distances au centre de suspension : c'est à ce pendule idéal, nommé *pendule simple*, que l'on a rapporté toutes les expériences du pendule faites dans divers lieux de la terre.

332. Soit A, B, D, E, F, H, fig. 121, un nombre quelconque de points matériels sur le pendule CH, dont C est le point de suspension ; tous ces corps sont mis en mouvement par l'action de la pesanteur, qui agit sur eux de la même manière ; si la verge inflexible qui les contient est dérangée de la verticale en C*h*, l'action de la pesanteur s'exerce en *h* par une force exprimée par *h i*, qui se décompose en deux autres, l'une suivant *h*L, détruite par le point de suspension, l'autre suivant *h*M, en vertu de laquelle tous les corps doivent se mouvoir de la même vîtesse : mais, dans le mouvement d'oscillation, le corps A ne parcourt qu'un espace A*a*, tandis que le corps H parcourt l'espace H *h*; le premier a une vîtesse moindre que celle qui lui serait propre, le second une vîtesse plus grande; donc la verge CH doit avoir un point G, dont la vîtesse est le résultat de toutes les autres. La somme des vîtesses per-

dues par les corps au-dessus de ce point doit être égale à la somme des vîtesses gagnées par les corps au-dessous. Chaque vîtesse perdue ou gagnée égale la masse du corps multiplié par le produit de sa distance au point de suspension, par la différence entre l'espace qu'il a parcouru et celui qu'il aurait dû parcourir : cette différence $A\alpha'$ — $Aa = a\alpha'$, et $Hh - H\eta' = h\eta'$, est proportionnelle à la distance de chaque corps au point G; car, à cause des triangles semblables $ag\alpha'$. $hg\eta$, on a $a\alpha' : h\eta :: \alpha g : \eta g :: AG : HG$ Si l'on fait $CG = x$ et CA, CB, CD, CE, CF, $CH = \alpha, \beta, \delta, \varepsilon, \varphi, \eta$, on aura $(x - \alpha) A\alpha + (x - \beta) B\beta + (x - \delta) D\delta = (\varepsilon - x) E\varepsilon + (\varphi - x) F\varphi + (\eta - x) H\eta$; d'où l'on tire

$$x = \frac{A\alpha^2 + B\beta^2 + D\delta^2 + E\varepsilon^2 + F\varphi^2 + H\eta^2.}{A\alpha + B\beta + D\delta + E\varepsilon + F\varphi + H\eta.} \text{ (1)}$$

333. L'oscillation du pendule étant produite par la pesanteur, il doit en résulter que la vîtesse du pendule simple est d'autant plus grande, que la pesanteur l'est elle-même. La durée des temps des oscillations est comme la racine carrée de la longueur du pendule divisé par la pesanteur : l'on peut me-

(1) Voyez 2ᵉ partie, liv. 2, chap. 3, pag. 464 de la Mécanique de Bossut, édit. de 1775; et, pour de plus grands détails, le nº 31 du premier livre de la Mécanique céleste de Laplace.

surer cette durée des oscillations par le nombre de celles qu'un pendule en fait entre l'intervalle de deux passages d'une étoile au même méridien.

334. *Bouguer* ayant remarqué qu'un pendule de même longueur a des durées d'oscillations moins grandes sur le bord de la mer qu'au sommet des hautes montagnes, en conclut que la pesanteur diminuait avec la distance au centre de la terre. D'après un grand nombre d'expériences faites au Pérou, il a trouvé que la pesanteur à l'équateur et au bord de la mer, étant exprimée par l'unité, est, au sommet du *Pichincha*, élevé de 4744$^{met.}$ au-dessus du niveau de la mer, de 0,998816. Cette diminution de la pesanteur à des hauteurs toujours très-petites, relativement au rayon terrestre, donne lieu de soupçonner que cette force diminue considérablement à de grandes distances du centre de la terre.

335. *Richer*, envoyé à Cayenne par l'académie des sciences, pour y faire des observations astronomiques, trouva que son horloge, réglée à Paris sur le temps moyen, retardait chaque jour à Cayenne d'une quantité sensible : cette intéressante observation donna la première preuve directe de la diminution de la pesanteur à l'équateur; elle a été répétée avec beaucoup de soin dans un grand nombre de lieux, en tenant compte de la résistance et de la température de l'air. Il résulte de tous les calculs et observations faits sur le pendule que le rayon de la

terre augmente du pôle à l'équateur; que l'accroissement total de la pesanteur au pôle est $\frac{1}{176}$ de la pesanteur à l'équateur; que le pendule qui bat les secondes est plus grand aux pôles qu'à l'équateur de cinq cent soixante et sept cent millièmes de sa longueur à l'équateur, et que, sur tous les autres points, son accroissement est proportionnel au carré du cosinus de la latitude.

336. En effet (d'après le nº 333), on a $t :: \sqrt{\frac{l}{p}}$; l étant la longueur du pendule, t le temps, p la pesanteur. Si donc deux pendules l, l', font leurs oscillations dans le même temps en des lieux de la terre où la pesanteur soit p et p', en sorte qu'on ait $t :: \sqrt{\frac{l}{p}}$ pour le premier, et $t :: \sqrt{\frac{l'}{p'}}$ pour le second; on aura $\sqrt{\frac{l}{p}} = \sqrt{\frac{l'}{p'}}$, et par conséquent $l' : l :: p' : p$ ou $l' - l : l :: p' - p : p$. Supposant donc que p et l correspondent à l'équateur, on voit que l'augmentation du pendule, en passant de l'équateur aux pôles, est comme l'augmentation de la pesanteur : or, cette dernière est comme le carré du cosinus de la latitude; car elle n'est autre chose que la force centrifuge décomposée suivant la verticale : donc l'accroissement du pendule est proportionnel au carré du cosinus de la latitude.

337. Si la pesanteur sur la surface de la terre pouvait être rapportée à son centre, si par-tout elle était

proportionnelle à la droite menée de la surface au centre de la terre, et si elle n'éprouvait aucune altération, on pourrait faire usage de l'observation du pendule pour déterminer la longueur des différens rayons, et conséquemment en déduire la figure de la terre : mais la pesanteur est dirigée dans le sens de la *normale* (1) à la surface, qui elle-même ne tend pas au centre de la terre; de plus, tout fait croire que cette pesanteur n'est pas proportionnelle à la distance de la surface au centre; enfin elle éprouve, sur chaque point de la terre, une diminution qui affecte la longueur du pendule, diminution occasionnée par la rotation de la terre, et qui est proportionnelle au carré du cosin. de la latitude. Toutes ces causes empêchant donc de faire usage de l'observation du pendule pour déterminer la forme très-compliquée du sphéroïde terrestre, on a dû employer la méthode plus longue, plus difficile, mais plus directe, de la mesure des degrés des arcs du méridien et des cercles parallèles à l'équateur.

338. La verticale sur un point de la surface de la terre étant une droite perpendiculaire à l'horizon de ce point, on conçoit que, d'après cette définition, les verticales AV, BV, DV, EV, fig. 121, doivent se réunir au centre de la terre si sa surface est sphé-

---

(1) NORMALE vient du latin *norma*, équerre; c'est une droite perpendiculaire à une autre ou à un plan.

rique, et que celles F γ, G γ, H γ, ne s'y réunissent point si sa surface a toute autre courbure. Lorsque la courbe EFGH n'est pas un arc de cercle, il existe une autre courbe MXYI, sur laquelle sont contenus les centres des *rayons osculateurs* (1) HI, GY, FX, EM, avec lesquels on peut considérer que la courbe est engendrée : ainsi toutes les verticales aboutissent à cette courbe, et lui sont tangentes.

339. Les degrés du méridien se mesurent par l'angle que ces verticales font entr'elles. Si la surface de la terre formait une sphère, toutes les verticales tendraient à un centre commun, et les arcs compris entre des angles égaux seraient égaux; mais si la terre a toute autre courbure, les arcs correspondans seront inégaux, parce que les rayons de ces arcs seront inégaux : ainsi, si les angles ELF, FKG, étaient égaux, l'arc EF décrit avec le rayon FL serait plus grand que l'arc FG décrit avec le rayon FK, et cela dans le rapport de FL à FK, les arcs qui correspondent à des angles égaux étant proportionnels à leurs rayons.

340. On peut donc, par les mesures des degrés du méridien, déterminer la forme de la courbure

---

(1) OSCULATEUR vient du latin *osculari*, baiser; c'est le rayon de la développée d'une courbe, celui qui embrasse, qui baise la courbe dans tous ses points.

de la terre qui correspond à ces mesures. En effet, si la terre était sphérique, tous les degrés des méridiens seraient égaux entr'eux, ainsi que les degrés de chaque parallèle, puisque les méridiens seraient de grands cercles, et les parallèles des cercles plus petits; et si les degrés du méridien étaient inégaux, comme la grandeur des arcs est proportionnelle à celle des rayons osculateurs, ces rayons seraient inégaux. Soit, par exemple, le quart d'un arc du méridien divisé en sept parties; que les longueurs $a\,\alpha$, $b\,\beta$, $c\,\varkappa$, $d\,\delta$, $e\,\varepsilon$, $f\,\varphi$, $g\,\gamma$, fig. 122, soient la mesure des arcs correspondans aux angles AIB, BKC, CLD, DME, ENF, FOG, GPH; on peut, en traçant les angles successifs, et rapportant sur chacun d'eux l'arc correspondant, décrire la courbe du méridien ABCDEFGH. Si la forme de la terre était une surface de révolution, la courbure de tous les méridiens serait semblable, et celle de tous les parallèles serait des cercles. Tout se réduit donc, pour connaître la forme de la terre, à déterminer d'abord le nombre de degrés compris entre des points successifs du même méridien, ou leur différence de latitude, mesurer ensuite la grandeur des arcs qu'ils comprennent, puis déterminer le nombre de degrés compris entre des points successifs d'un même parallèle, ou leur différence en longitude, et mesurer la grandeur des arcs qu'ils comprennent.

341. Si les pôles du monde étaient constans, et

qu'il y eût une étoile fixe à chaque pôle, on pourrait prendre la mesure de l'angle que cette étoile fait avec l'horizon du point dont on veut avoir la latitude, et cet angle serait égal à la distance de ce point à l'équateur. Soit H, fig. 123, le point dont on veut déterminer la latitude, H O l'horizon, C P l'axe de la terre, qui, étant prolongé, doit rencontrer l'axe du monde, E C l'équateur, et H ϖ une droite menée du point H au pôle du monde, et conséquemment parallèle à C P : l'angle ϖ H o de direction avec l'horizon est le complément de z H ϖ formé par la verticale et cette direction ; mais z H ϖ = H C P, et H C P est complément de E C H, donc ϖ H O = E C H.

342. Comme le pôle du monde varie dans le ciel, et qu'il est rare de rencontrer une étoile à ce pôle lorsqu'on veut prendre la latitude, on observe une étoile près du pôle à l'instant de son passage au méridien ; on prend, au moment de ce passage, son angle à l'horizon ; douze heures après, on prend l'angle de la même étoile avec l'horizon, et la moitié de la somme des deux angles est exactement l'angle de l'horizon avec le pôle affecté de la réfraction, et conséquemment c'est la latitude du lieu, quand cette réfraction en a été retranchée.

343. Lorsqu'on a ainsi déterminé la latitude de deux points H h ou h n, la différence des latitudes, si elles sont sur un même hémisphère H h, leur

somme, si elles sont aux deux côtés de l'équateur H η, donnent la mesure de l'arc compris entre les deux points.

344. On peut encore prendre la mesure de l'arc compris entre deux points H *h*, H η, fig. 124, en prenant les angles E H Z, *e h z*, ε η ξ que forment la direction d'une étoile H E, *h e*, η ε avec la verticale H *z*, *hz*, η ξ, lorsque cette étoile passe au méridien; la différence des angles E H Z, *e h z*, quand l'étoile est d'un même côté par rapport à la verticale, la somme des angles E H Z, ε η ξ, quand les étoiles sont des deux côtés de la verticale, donne la mesure de l'arc H *h*, H η compris entre les deux points.

345. La longitude d'un lieu peut se prendre de deux manières, 1° par le moyen des montres marines; 2° par l'observation d'un phénomène céleste.

346. La longitude étant la distance qui existe entre deux méridiens, si l'on observe l'heure du passage du soleil sur chacun des deux méridiens, la différence entre ces heures sera au jour entier comme la circonférence du cercle est à l'arc correspondant: ainsi une montre bien réglée, dans un point dont la position est connue, indiquant l'heure du passage du soleil au méridien de ce point, et qui, transportée sur un vaisseau, n'éprouverait aucune variation dans sa marche, indiquerait, par l'heure où le soleil passerait sur le méridien du lieu de l'observa-

teur, la distance cherchée entre les deux méridiens; mais il a été long-temps difficile de construire de pareilles montres : les mouvemens irréguliers du vaisseau, les variations de la température, et les frottemens inévitables et très-sensibles dans des machines aussi délicates, étaient autant d'obstacles qui s'opposaient à la régularité de leur marche; on est heureusement parvenu à vaincre ces difficultés, et à exécuter des montres qui conservent, pendant plusieurs mois, une marche à très-peu près uniforme, et qui donnent le moyen le plus simple d'avoir les longitudes en mer. Comme ce moyen est d'autant plus précis, que l'intervalle pendant lequel on se sert de ces montres, sans vérifier leur marche, est plus court, on conçoit qu'elles sont très-utiles pour déterminer les positions respectives de deux lieux fort voisins l'un de l'autre; elles ont même, à cet égard, quelque avantage sur les observations astronomiques, la précision de celles-ci n'étant point augmentée par le peu d'éloignement entre les lieux où l'on fait les observations.

347. On se sert généralement de deux méthodes pour déterminer la longitude des lieux par l'observation des phénomènes célestes; par l'une, on réunit les observations d'un phénomène faites au même instant de tous les points de la terre sur lesquels il est visible; par l'autre, on fait usage d'observations d'un phénomène qui, vu de plusieurs points de la

terre, ne peut pas être apperçu de tous au même instant, ou, ce qui est la même chose, de l'observation des phénomènes qui sont indépendans ou qui dépendent de la parallaxe.

348. Les phénomènes qui peuvent être apperçus au même instant de tous les points de la terre sur lesquels ils sont visibles sont les éclipses de lune et celles des satellites des planètes, particulièrement des satellites de jupiter. Lorsqu'on connaît l'heure à laquelle ces phénomènes doivent être apperçus dans un lieu quelconque, et qu'on observe celle à laquelle il est apperçu dans le lieu de l'observateur, la différence de ces heures est au jour entier comme l'arc correspondant aux méridiens des deux observateurs est à la circonférence du cercle : parmi tous ces phénomènes, celui de l'éclipse du premier satellite de jupiter est un des plus avantageux, parce qu'il se renouvelle à peu près au bout de 1,^{jour}8; que l'on peut en observer avec précision le commencement et la fin, et que les tables de ces satellites, qui ont été très-perfectionnées de nos jours, donnent les instans de ses éclipses avec une précision presque égale à celle des observations même.

L'observation des éclipses du premier satellite de jupiter offrirait aux navigateurs un moyen facile de reconnaître la longitude, s'ils pouvaient la faire en mer; mais les tentatives que l'on a faites pour vaincre les difficultés qu'opposent les mouvemens du vais-

seau à ce genre d'observations ont été jusqu'à présent infructueuses. Les marins emploient avec succès l'observation de ces éclipses dans les relâches; la navigation et la géographie en ont retiré de grands avantages. Sur mer on n'emploie que l'observation des éclipses de lune, qui, comme on sait, sont très-rares.

349. Les phénomènes qui ne peuvent être observés au même instant de tous les points de la terre sur lesquels ils sont visibles, sont les occultations des étoiles par les planètes et par la lune : l'on fait particulièrement usage de l'observation des occultations des étoiles par la lune.

Tandis que la terre, par son mouvement de rotation d'occident en orient, fait une révolution M *m* μ S, fig. 125, la lune parcourt l'arc L *l*. Avec le rapport des vîtesses de la terre et de la lune on construit des tables qui indiquent l'arc que la lune a parcouru pendant qu'un point de la terre *s* a décrit une partie de sa révolution, conséquemment à quelle heure la lune, vue du centre de la terre C, doit passer sur les méridiens qui coupent l'arc qu'elle parcourt. Le spectateur S peut se trouver, par le mouvement de la terre, dans une position σ telle que le rayon vecteur λ C de la lune à la terre passe par son méridien : s'il observe dans ce moment quelles sont les étoiles éclipsées par la lune, il trouvera dans les tables quelle est l'heure, pour le méridien M, où leur

occultation MLE devait avoir lieu : connaissant la différence des heures des occultations pour les méridiens M et S, où ce phénomène doit exister, il en conclura l'arc L λ que la lune a parcouru, et par suite la distance entre les deux méridiens.

Pour apprécier l'exactitude de cette méthode, on doit considérer qu'elle est susceptible de deux erreurs ; la première dans la détermination du lieu de la lune par l'observateur, lequel ne répond pas exactement à l'heure désignée par son horloge, à cause du changement de longitude qu'il peut avoir éprouvé depuis le moment où elle a été réglée ; la seconde en vertu de l'erreur des tables, par suite de laquelle ce même lieu ne se rapporte pas à l'heure correspondante qu'elle indique sur le premier méridien : la différence de ces heures n'est donc pas celle que donneraient une observation et des tables rigoureuses. Supposons que l'erreur commise soit d'une minute, pendant ce temps quarante minutes de l'équateur passent au méridien; cette erreur est celle correspondante sur la longitude du vaisseau, et qui, à l'équateur, est de 40000 mètres, conséquemment moindre sur les parallèles : d'ailleurs, on peut la corriger, en partie, par des observations multipliées des distances de la lune au soleil et aux étoiles, que l'on répète pendant plusieurs jours pour compenser et détruire, les unes par les autres, les erreurs de l'observation et celles des tables.

On conçoit que les erreurs sur la longitude, correspondantes à celles des tables et de l'observation, sont d'autant moindres, que le mouvement de l'astre est plus rapide; ainsi les observations de la lune au périgée sont, par cette cause, préférables à celles de la lune à l'apogée. Si l'on employait le mouvement du soleil, lequel est environ treize fois plus lent que celui de la lune, les erreurs sur la longitude seraient treize fois plus grandes; d'où il suit que, parmi tous les astres, la lune est le seul dont le mouvement soit assez prompt pour servir à la détermination de la longitude à la mer; et l'on sent, en conséquence, combien il était utile d'en perfectioner les tables.

350. Lorsque l'on connaît l'arc du méridien compris entre deux points, on peut, par une simple opération trigonométrique, avoir la distance entre ces deux points. Tout se réduit à mesurer une base, et à former, sur cette base, une suite de triangles qui se terminent aux extrémités de la ligne à mesurer; c'est ainsi que Picard, de l'académie des sciences, mesura, vers la fin du XVIIe siècle, la portion de l'arc du méridien, entre les parallèles d'*Anières* et de *Malvoisine*, par un enchaînement de triangles représentés fig. 126, et dont la distance de *Villejuif* à *Juvisi* est la base mesurée. Depuis, Lahire a continué cette opération jusqu'à *Dunkerque*, comme on l'a représentée fig. 127, et Cassini jusqu'à *Perpignan*, ainsi qu'on le voit fig. 128.

C'est par cette méthode que l'on a mesuré l'arc du méridien terrestre qui traverse la France depuis *Dunkerque* jusqu'à *Mont-Joui*, près de *Barcelone* : la longueur de cet arc est de 10 deg. 7487″, et le milieu répond à 51 deg. $\frac{1}{3}$. La longueur du degré s'y trouve de 100017, met. 9.

551. Comme on observa des différences dans la longueur des degrés mesurés sur le méridien qui passait par l'observatoire de Paris ; et comme ces différences, quoique très-petites, jointes aux erreurs inévitables de l'observation, empêchaient de pouvoir déduire aucune conséquence relative à la figure de la terre, l'académie des sciences, jugeant que la différence des degrés terrestres, si elle était réelle, se manifesterait principalement dans la comparaison de ceux mesurés à l'équateur et vers les pôles, envoya des académiciens à l'équateur même, qui y trouvèrent le degré du méridien = 99552, met. 3, c'est-à-dire 465 met. 6 plus petit que celui mesuré en France à 51 deg. $\frac{1}{3}$. D'autres académiciens envoyés au nord, à 73. deg. 7 environ de hauteur du pôle, y trouvèrent le degré du méridien de 100969 met., c'est-à-dire de 1143, met. 7 plus grand qu'à l'équateur : ainsi l'accroissement des degrés des méridiens de l'équateur aux pôles fut incontestablement prouvé par ces mesures.

Les voyages des académiciens français ayant dirigé l'attention des observateurs vers cet objet, de

nouveaux degrés du méridien furent mesurés dans diverses parties de la terre, et toutes ces mesures concoururent à indiquer un accroissement dans les degrés de l'équateur aux pôles. Les mesures principales sont :

Noms des lieux.	Degrés.		Arcs du méridien.
A l'équateur. . .	0,°	. . =	99552,met. 3.
En Pensylvanie.	43, 56	. . =	99787, 1.
En Italie. . . .	47, 80	. .	99948, 7.
En France. . .	51, 33	. .	100017, 9.
En Autriche. .	53,	. .	100114, 2.
Dans le Nord. .	73, 7	. .	100696, 0.

352. Si la forme de la terre était sphérique, tous les degrés seraient égaux : puisqu'ils diffèrent de grandeur, il s'ensuit que sa forme n'est pas celle d'une sphère ; et, comme, après le cercle, la plus simple des courbes rentrantes est l'ellipse , on a cherché , d'après la mesure des degrés des méridiens, si la forme de la terre ne serait pas un ellipsoïde de révolution.

353. Il est plusieurs manières de construire une ellipse ; on peut la considérer comme étant engendrée par une suite de rayons osculateurs (336) : les arcs AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, fig. 122, qui correspondent à des angles égaux, augmentant comme leurs rayons, et les rayons osculateurs augmentant

continuellement depuis l'extrémité H du grand axe HC jusqu'à l'extrémité A du petit axe AC, il s'ensuit que les arcs de l'ellipse doivent augmenter depuis l'extrémité du grand axe jusqu'à celui du petit. L'observation du pendule ayant appris que le rayon de la terre est plus grand à l'équateur qu'aux pôles, et la mesure des degrés du méridien ayant fait connaître que ces degrés augmentent de l'équateur aux pôles, on était naturellement conduit à considérer la terre comme un ellipsoïde de révolution, il ne s'agissait plus, pour s'en assurer, que de comparer les rapports des mesures des arcs du méridien avec la figure elliptique.

354. Dans une ellipse peu aplatie l'accroissement des arcs est à peu près proportionnel au carré du sinus de la hauteur du pôle sur l'horizon, ou au carré du cosinus de la latitude : en effet, soit A B, fig. 129, le demi-grand axe de l'ellipse $= a$; le rayon de courbure CM d'un point quelconque $M = R$; l'*abscisse* (1) $AQ = x$: l'angle MNB, que l'observation donne pour la latitude, est formé par la *normale* MC et le grand axe A B; il est complément de l'angle de la hauteur du pôle sur l'horizon $= AKM$. Soit cet angle $MNB = \varphi$.

(1) Abscisse vient du latin *abscindere*, couper, trancher ; c'est la partie de l'axe d'une courbe comprise depuis un point fixe jusqu'à celui où une autre droite nommée *ordonnée*, coupe la première.

On suppose que l'arc du méridien DMF, dont le milieu est M, est assez peu étendu pour qu'il se confonde sensiblement avec le *cercle osculateur* du point M décrit avec le rayon CM; et c'est pour cela qu'on regarde ces arcs mesurés, supposés égaux en degrés, comme proportionnels aux rayons de courbure qui répondent à leur milieu.

Représentant par $2a$ le grand axe de l'ellipse, par K le rapport AO : AB du petit axe au grand, et par x l'abscisse d'un point quelconque Q compté du centre A, on a pour le rayon de courbure en ce point $R = \frac{(a^2 - x^2(1 - K^2))^{\frac{3}{2}}}{K a^2}$. Lorsque l'ellipse est très-peu excentrique, on peut faire $K = 1 - m$, m étant une très-petite fraction; cette valeur de R, en négligeant m^2, devient $R = a + m\left(a - \frac{3x^2}{a}\right)$; de plus, appelant φ la latitude du point que l'on considère, et en négligeant la première puissance de m, on a $x = a \cos. \varphi$; il vient donc $R = a$ $(1 + m(1 - 3 \cos. \varphi^2))$: or, comme dans cette quantité il n'y a de variable que cos. φ, il s'ensuit que, dans une ellipse, les rayons osculateurs vont croissant de l'équateur aux pôles, et que, lorsque l'ellipse est peu aplatie, ces accroissemens sont proportionnels au carré du cosinus de la latitude; et, comme les degrés croissent dans les mêmes rapports que ces rayons, il résulte que l'accroissement des arcs est proportionnel au carré du cos. de la latitude.

355. On nomme aplatissement ou ellipticité d'un sphéroïde elliptique l'excès du grand axe de l'équateur sur celui des pôles : pour s'assurer si la terre est un ellipsoïde de révolution, on pouvait chercher quelle est son ellipticité, déduite de la comparaison de deux degrés éloignés, et comparer cette ellipticité à celle déduite de la comparaison de deux autres degrés mesurés dans le cas où la terre aurait été un ellipsoïde de révolution; on eût obtenu dans toutes ces comparaisons la même ellipticité. En effet, étant donnée la grandeur des arcs de deux degrés quelconques, l'excentricité est égale à la différence de ces deux arcs, divisée par le produit du triple du plus petit par la différence des carrés des cosinus de latitude des arcs. Si l'on appelle p l'un des arcs, et φ sa latitude; q le second arc, et Ψ sa latitude, le rapport des arcs étant le même que celui des rayons, on aura $\frac{p}{q} = \frac{1 + m(1 - 3\cos.\varphi^2)}{1 + m(1 - 3\cos.\Psi^2)}$; d'où l'on tire, en négligeant toujours le carré de m, $\frac{p}{q} = 1 + 3m(\cos.\Psi^2 - \cos.\varphi^2)$, et par conséquent l'ellipticité $m = \frac{p-q}{3q(\cos.\Psi^2 - \cos.\varphi^2)}$: lorsque les degrés sont mesurés à l'équateur et aux pôles $\Psi = R = 1$ et $\varphi = o$, on a $m = \frac{p-q}{3q}$.

356. En comparant les degrés mesurés dans le

Nord à ceux mesurés en France, on a, pour l'ellipticité de la terre, $\frac{1}{146}$ de l'axe des pôles pris pour unité. En comparant les degrés de l'équateur à ceux de la France, on a pour l'ellipticité $\frac{1}{334}$: il paraît donc que la terre est sensiblement différente d'un ellipsoïde ; il y a même lieu de croire qu'elle n'est pas un solide de révolution, et que ses deux hémisphères, de chaque côté de l'équateur, ne sont pas semblables. Le degré mesuré par Lacaille au Cap de Bonne-Espérance, à 37.° 01 de hauteur du pôle austral, a été trouvé de 100050,$^{\text{met.}}$ 5, tandis que celui qui a été mesuré en Pensylvanie, à 43° 56 de hauteur du pôle boréal, n'a été trouvé que de 99789$^{\text{met.}}$: le degré du Cap est même plus grand que celui qui a été mesuré en France à 51° 33, puisque ce dernier n'est que de 100017,$^{\text{met.}}$ 9.

357. Un méridien céleste est formé par un plan qui passe par l'axe du monde et par le zénith de l'observateur : tous les lieux de la terre qui ont leur zénith sur la circonférence de ce méridien forment le méridien terrestre correspondant ; le zénith, étant le point où la perpendiculaire à l'horizon, va rencontrer ce cercle. Comme la distance des étoiles est infinie, il en résulte qu'un méridien terrestre est la suite de tous les points pour lesquels la perpendiculaire à l'horizon est parallèle à un même méridien céleste. Si le sphéroïde de la terre était un solide de révolution, fig. 130, toutes les tranches AQGR,

BPHS, DOIT, etc. perpendiculaires à l'axe de révolution, seraient des cercles, et les lignes FX, EX, DX, etc. parallèles au méridien céleste et normale à chaque tranche, seraient toutes dans un même plan LCF; mais si le sphéroïde de la terre n'est pas un solide de révolution, fig. 131, les normales AP, BP', Dp, E π, F ϖ, parallèles au plan du méridien céleste, ne passeront pas dans un même plan; et, si par les points où ces droites rencontrent la surface de la terre on fait passer une ligne ABDEF, elle sera une de celles que les géomètres appellent *courbe à double courbure*: d'où il suit qu'en raison de la forme du sphéroïde terrestre, il est possible que les points d'un méridien terrestre ne soient pas dans un même plan.

358. Le méridien terrestre n'est pas exactement la ligne que déterminent les mesures trigonométriques dans le sens du méridien céleste. En effet, le premier côté de la ligne mesurée est tangente à la surface de la terre, et parallèle au plan du méridien céleste; si l'on prolonge ce côté jusqu'à la rencontre d'une verticale infiniment voisine, et qu'ensuite on plie le prolongement jusqu'au pied de la verticale, on formera le second côté de la courbe, et de même des autres: la ligne ainsi tracée est la plus courte que l'on puisse mener sur la surface de la terre entre deux points quelconques pris sur cette ligne; elle

n'est pas dans le méridien céleste, puisque le pied des deux verticales n'y est pas, et elle ne se confondrait avec le méridien terrestre que dans le cas où la terre serait un solide de révolution. Quoi qu'il en soit, la différence entre la longueur de cette ligne et celle de l'arc correspondant du méridien terrestre est si petite, qu'elle peut être négligée sans erreur sensible.

359. La figure de la terre étant très-compliquée, il importe d'en multiplier les mesures dans tous les sens et dans le plus grand nombre de lieux qu'il est possible. On peut toujours, à chaque point de sa surface, concevoir un *ellipsoïde osculateur* qui se confonde sensiblement avec elle dans une petite étendue autour du point d'*osculation*. Des arcs terrestres, mesurés dans le sens du méridien et dans des directions qui leur sont perpendiculaires, comparés aux observations des hauteurs des pôles et des angles que ces arcs forment avec leurs méridiens respectifs, feront connaître la nature et la position de cet ellipsoïde, qui peut n'être pas un solide de révolution, et qui varie sensiblement à de grandes distances.

360. Les opérations que Delambre et Méchain viennent d'exécuter en France pour avoir la longueur du mètre donnent à peu près l'ellipsoide osculateur pour cette partie de la surface terrestre. Les résultats de ces opérations sont :

Lieux d'observation.	Hauteur du pôle.	Mesures de l'arc du méridien.
Mont-Joui.......	45.° 858281.	
Carcassonne.......	48. 016690.	205621,met. 3.
Evaux..........	51. 309414.	534714, 5.
Le Panthéon à Paris.	54. 274614.	831536, 4.
Dunkerque........	56. 706944.	1075058, 5.

361. La loi de diminution des degrés déduits de ces résultats est très-irrégulière : l'ellipsoïde qui satisfait le mieux à ces mesures aurait un aplatissement de $\frac{1}{150}$; le demi-axe des pôles, parallèle à celui de la terre, aurait 6344011 met. ; celui de l'équateur 6386291, et le degré correspondant au parallèle moyen 99983.met. 7.

Pour obtenir cet ellipsoïde, il faudrait altérer d'environ 4,″ 5 les hauteurs des pôles observées ; et cette erreur n'est pas admissible, vu la grande précision des observations : mais on peut considérer cet ellipsoïde comme osculateur de la surface de la terre en France, à 51 ° de hauteur du pôle, dans une étendue de 5 à 6 degrés ; car toutes les observations faites en France, en Autriche, en Italie, en Angleterre, et même en Laponie, s'accordent avec cet ellipsoïde : ainsi les observations faites dans l'hémisphère boréal, depuis 43 jusqu'à 73 degrés de hauteur du pôle, donnent à la surface de la terre,

sur le méridien qui passe par la France, la forme d'un ellipsoïde dont l'aplatissement $= \frac{1}{150}$.

362. Il reste maintenant à continuer les opérations de Delambre et Méchain, non seulement dans le sens du méridien, mais encore dans toutes leurs perpendiculaires. Déjà cette opération, entreprise par Cassini, a été exécutée pour la France : tous les lieux principaux élevés sur sa surface ont été liés par des triangles, par le moyen desquels on a tracé des courbes, fig. 132; les unes AT, BR, SD, etc. parallèles à la méridienne IQ; les autres IA, KH, LB, etc. perpendiculaires à cette méridienne : ces dernières ont été prolongées jusqu'à la méridienne, les autres jusqu'à une perpendiculaire ZR menée de l'observatoire sur sa méridienne. Par la longueur de ces courbes, on a déterminé la position des lieux. Il serait à desirer que ces opérations se continuassent sur toute la surface du globe, afin de déterminer d'une manière certaine et rigoureuse la forme de la terre.

Récapitulation.

363. Il suit de tout ce que nous avons exposé dans cette leçon que la forme de la terre n'est pas celle d'une sphère; que cette forme peut être déterminée par la loi de la pesanteur à sa surface, et par la mesure des degrés du méridien; que la pesanteur

croît de l'équateur aux pôles proportionnellement au carré du cosinus de la latitude; que son accroissement total est au pôle $\frac{1}{176}$ de sa pesanteur à l'équateur, et qu'il paraît résulter de ces observations que la terre doit avoir la forme d'un sphéroïde aplati vers les pôles, mais qu'il est difficile de déterminer, par ce genre d'observations, la forme de ce sphéroïde; que, pour connaître la grandeur des arcs des méridiens, il faut savoir déterminer la latitude et la longitude des différens lieux; que la latitude se prend par l'observation de l'angle que fait avec l'horizon le point du ciel immobile, ou avec la hauteur méridienne d'un astre dont on connaît la déclinaison; que la longitude peut être obtenue par le moyen d'une montre marine lorsque les distances sont peu considérables, et qu'on doit faire usage, dans le cas contraire, de l'observation des phénomènes célestes; que sur terre on peut employer celle des éclipses du premier satellite de jupiter, qui, étant apperçues au même instant de tous les lieux où ce phénomène est visible, donne la longitude par la différence des heures sur les méridiens où ces éclipses sont remarquées; que sur mer ces éclipses ne pouvant être observées, on a fait usage des distances parcourues, ou de l'occultation des étoiles par la lune, qui donne un résultat beaucoup moins exact; que, de la comparaison des mesures des degrés du méridien en France, au pôle et à l'équateur, il résulte que le sphéroïde de la terre

n'est pas un ellipsoïde de révolution ; qu'en réunissant à ces observations celles qui ont été faites sur l'hémisphère austral, on a la preuve que la forme de la terre, étant très-composée, ne peut être déterminée que par un grand nombre de mesures de degrés de différens méridiens ; enfin que, des observations récentes faites en France par Delambre et Méchain pour déterminer la longueur du mètre, il résulte que l'ellipsoïde osculateur pour la France a un aplatissement de $\frac{1}{150}$; que l'axe parallèle à celui des pôles = 6344011 met., l'axe qui est dans le plan de l'équateur = 6386391 met., et le degré correspondant au parallèle moyen = 99983, met. 7.

Xe LEÇON.

DES FORCES CENTRALES.

DE LA PESANTEUR.

§. XLIII.

Des Forces centrales.

364. LORSQU'UN corps A, fig. 133, tient à un centre C par un fil A C, et que l'on fait tourner le

corps autour du centre, le fil se roidit, parce que le corps exerce sur le centre une force par laquelle il tend à s'en éloigner : cette force exercée par le corps se nomme *force centrifuge.* (146)

365. Si le corps A se meut librement autour du centre C, il a par ce mouvement, ainsi qu'on vient de le voir, une tendance à s'échapper du centre : pour continuer à se mouvoir constamment dans le cercle A B D, il faut donc qu'une force l'attire vers ce centre, et qu'elle fasse équilibre à la force centrifuge. Quelle que soit cette force, on la nomme *force centripète.* (1)

366. Les *forces centrales* sont celles qui agissent sur un corps en mouvement autour d'un point, soit pour l'écarter, soit pour le retenir : ainsi les forces centrales se divisent en deux parties, forces qui écartent du centre ou centrifuges, et forces qui rapprochent du centre ou centripètes.

367. C'est en vertu de la force centrifuge qu'une pierre, que l'on fait tourner dans une fronde, tire la main qui tient l'extrémité de cette fronde, et tend sans cesse à la déranger du centre de mouvement ; que des billes A B, fig. 134, enfilées dans un axe E D, s'écartent du centre de mouvement lorsque

---

(1) CENTRIPÈTE vient du grec κεντρον, *centre* πετομαι, *je vole, je cours;* c'est la force avec laquelle un corps se porte vers le centre de son mouvement.

cet axe a un mouvement autour d'un centre C, et que leur vîtesse d'écartement est d'autant plus grande, que le mouvement de rotation est plus accéléré; que, dans des tubes fermés A B, D E, fig. 135, les corps pesans se portent à la circonférence du mouvement, et les corps légers qui les remplacent se portent au centre; que l'on fait monter de l'eau dans des tubes inclinés A B, fig. 136, qui tournent autour d'un axe C D que l'on met en mouvement; que les roues A B D E, fig. 137, font jaillir de l'eau en roulant lorsqu'elles sont mouillées; que la pompe de *Verra* A B, fig. 138, laisse échapper dans la cuvette supérieure D E F l'eau qui était adhérente aux cordes; que les ventilateurs A B D E, fig. 139, portent vers l'ouverture F l'air qui est contenu dans l'intérieur de la caisse pendant le mouvement des ailes, et que de nouvel air entre de l'intérieur par l'ouverture C du centre, où il est plus raréfié; que dans les trombes il y a de l'eau abandonnée à leur centre par le vide qui s'y forme, et que cette pluie est lancée au loin, en s'échappant dans la direction de la tangente de la rotation.

368. Pour qu'un corps se meuve dans un cercle A D H L O, fig. 140, il faut que la force centripète A C, qui attire le corps au centre, fasse équilibre à la force centrifuge C A, qui l'en écarte : ainsi les planètes ne se meuvent autour du soleil, la lune autour de la terre, les satellites autour de leurs planètes,

que parce que la force centripète, qui les attire vers leur centre de mouvement, fait équilibre à la force centrifuge, qui tend à les en écarter. Comme l'on connaît par l'expérience la vîtesse de chacun de ces corps autour de leur centre de mouvement, on peut, par le moyen de cet équilibre, déterminer exactement la valeur de ces forces.

369. Si la force centripète C A, qui agit sur un corps se mouvant dans un cercle, cessait son action, le corps se mouvrait dans le sens de la tangente A F B, à partir du point A où la force centripète cesse d'agir sur le corps; mais, si la force centripète continuait son action, il faudrait, pendant que le corps A se mouvrait de A en F dans la tangente, qu'il se rapprochât du centre de F en D : alors la direction du corps serait dans la tangente D G E; et l'on voit que, pendant que le corps se mouvrait de D en G, il faudrait, pour lui faire continuer son mouvement dans le cercle, qu'il se rapprochât du centre de G en H, et ainsi de suite. Les lignes F D, G H, etc. peuvent donc servir à exprimer l'action de la force centrale sur le corps pendant qu'il se meut de A en F, de D en G, etc.; mais les lignes F D, G H, sont les sinus verse des petits angles A C D, D C H, que le corps a formés dans son mouvement; et, comme pour des angles très-petits les lignes A F, D G, etc. sont sensiblement égales aux arcs A D, D H, etc. il s'ensuit que, dans un

intervalle de temps très-court, l'effet des forces centrales peut être mesuré par le sinus verse du petit arc qu'il décrit, et le sinus verse d'un arc est sensiblement égal au carré de l'arc divisé par le diamètre $= \frac{a^2}{d}$. On démontre, en mécanique, que toute force accélératrice égale le double de l'espace parcouru, divisé par le carré du temps : la force centripète étant une force accélératrice, ainsi qu'on le verra en traitant de la pesanteur, il s'ensuit que la force accélératrice $F = \frac{2e}{t^2}$; mais l'espace parcouru dans ce cas-ci est le sinus verse du petit arc $=$ $\frac{a^2}{d}$: mettant donc cette valeur à la place de e, on a $F = \frac{2a^2}{dt^2} = \frac{a^2}{rt^2}$. Dans un cercle les arcs parcourus sont toujours proportionnels au produit de la vîtesse par le temps; donc $a = vt$, et $a^2 = v^2 t^2$; d'où il suit que la force accélératrice $F = \frac{v^2 t^2}{rt^2}$ $= \frac{v^2}{r}$: ainsi les forces centripètes et les forces centrifuges, qui leur font équilibre dans le mouvement circulaire, sont toujours égales au carré de la vîtesse divisé par le rayon du cercle.

370. On peut, au moyen de ce résultat, comparer à la pesanteur la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre : c'est en vertu de cette ro-

tation qu'à l'équateur les corps décrivent, dans chaque seconde de temps, un arc AD de 40″,1095 de la circonférence de l'équateur terrestre ADHLOQA; le rayon AC de cet équateur étant de 6375793 met., à fort peu près, le sinus verse FD de cet arc est de 0. met. 0126541. Un corps parcourt dans le vide à l'équateur, par l'action de la pesanteur, un espace = 3 met. 64933 : ainsi la force centrale nécessaire pour retenir les corps à la surface de la terre, et par conséquent la force centrifuge due à son mouvement de rotation est à la pesanteur à l'équateur comme 0, met. 0126541 : 6375793 : : 1 : 288, 4. La force centrifuge diminuant la pesanteur, les corps ne tombent à l'équateur qu'en vertu de la différence de ces deux forces = 3 met. 64933 — 0, met. 0126541 = 3, met. 6366759. En nommant *gravité* (1) la pesanteur entière qui aurait lieu sans la diminution qu'elle éprouve, la force centrifuge à l'équateur est, à fort peu près, $\frac{1}{289}$ de la gravité. Si la rotation de la terre était dix-sept fois plus rapide, l'arc décrit en une seconde à l'équateur serait dix-sept fois plus grand; les sinus verse augmentant à peu près comme

---

(1) Gravité vient du latin *gravis*, pesant; c'est la force en vertu de laquelle les corps pèsent les uns vers les autres, et que l'on désigne ordinairement sous le nom de pesanteur.

les carrés des arcs (369), il serait $(17)^2$ ou 289 fois plus considérable; et, comme la force centrifuge serait alors égale à la gravité, les corps cesseraient de peser à l'équateur. Les arcs étant entre eux comme les rayons, un corps qui serait éloigné du centre de la terre de dix-sept fois son rayon, et qui ferait sa révolution en même temps qu'elle, aurait une vîtesse dix-sept fois plus grande que celle des corps à l'équateur; en conséquence, sa gravité serait égale à sa force centrifuge, et il ne pèserait point sur la terre.

371. Les vîtesses des corps mus circulairement sont entre elles comme les circonférences qu'ils décrivent divisés par le temps; ainsi $V :: \frac{C}{T}$. Les circonférences étant comme les rayons, on a $V :: \frac{R}{T}$, donc $V^2 :: \frac{R^2}{T^2}$; mais on a pour les forces centrifuges $F = \frac{V^2}{R}$ (369), d'où $F = \frac{R^2}{T^2 R} = \frac{R}{T^2}$; ainsi les forces centrales sont entre elles comme les rayons des circonférences divisés par les carrés des temps : il suit de là que, sur les divers parallèles terrestres A, B, D, fig. 141, la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre est proportionnelle aux rayons de ces parallèles.

Ces beaux théorèmes, découverts par Huyghens, ont conduit Newton à la théorie générale du mou-

vement dans les courbes, et à la loi de la pesanteur universelle.

372. Un corps qui décrit une courbe quelconque tendant à s'en échapper par la tangente (369), on peut toujours imaginer un arc de cercle A B ou DF, fig. 142, qui passe par deux élémens contigus de la courbe AG, GB, ou DH, HF, et que l'on nomme *cercle osculateur* : dans deux instans consécutifs le corps est mu sur la circonférence de ce cercle, et sa force centrifuge est (369) $= \frac{V^2}{R}$; mais la position et la grandeur de ce cercle varient sans cesse, car l'on a dans le premier cas le rayon CG, et dans le second le rayon LH; et, comme R est variable, il s'ensuit qu'en supposant V constant, la force centrale doit augmenter lorsque R diminue, et diminuer lorsque R augmente.

373. Si la courbe BE, fig. 143, est décrite en vertu d'une force dirigée vers un point fixe C, on peut décomposer cette force en deux; l'une BG, suivant le rayon osculateur BC; l'autre BD, suivant l'élément de la courbe : la première fait équilibre à la force centrifuge, la seconde augmente ou diminue la vîtesse du corps : cette vîtesse est donc continuellement variable; mais elle est toujours telle, que *les aires ABC, BEC, décrites par le rayon vecteur BC autour de l'origine des forces C, sont proportionnelles aux temps.*

Réciproquement, si les aires tracées par le rayon vecteur autour d'un point fixe croissent comme les temps, la force qui sollicite le corps est constamment dirigée vers ce point. Ces propositions fondamentales, dans la théorie du système du monde, se démontrent aisément de cette manière.

374. La force accélératrice peut être supposée n'agir qu'au commencement de chaque instant pendant lequel le mouvement du corps est uniforme; le rayon vecteur CA trace alors un petit triangle ABC; si la force cessait d'agir dans l'instant qui suit, le rayon vecteur tracerait dans ce nouvel instant un second triangle BDC = ACB, parce qu'ayant tous deux leurs sommets au point fixe C, origine de la force, leurs bases AB, BD, situées sur une même droite, seraient égales, comme étant décrites avec la même vîtesse pendant des instans que nous supposons égaux; mais, au commencement du nouvel instant, la force accélératrice BC se combine avec la force tangentielle BD, et fait décrire la diagonale BE du *parallélogramme* (1) BDEG, dont les côtés BD, DE, représentent ces forces : le triangle BCE, que le rayon vecteur décrit en vertu de cette

(1) Parallélogramme vient du grec παραλληλος, *également distant*, γραμμη, *ligne;* c'est une figure formée par des lignes parallèles ou également distantes.

force combinée, est égal à celui BCD qu'il eût décrit sans l'action de la force accélératrice; car ces deux triangles ont pour base commune le rayon vecteur CB de la fin du premier instant, et leurs sommets sont sur une droite DE parallèle à cette base : l'aire CBE, tracée par le rayon vecteur, est donc égale dans deux instans consécutifs égaux, et par conséquent le secteur décrit par ce rayon croît comme le nombre de ces instans ou comme les temps. Il est visible que cela n'a lieu qu'autant que la force accélératrice est dirigée vers le point fixe C, car autrement les triangles que nous venons de considérer n'auraient pas même hauteur et même base : ainsi *la proportionnalité des aires aux temps démontre que la force accélératrice est dirigée constamment vers l'origine du rayon vecteur.*

375. Dans ce cas, si l'on imagine un très-petit secteur ACD, fig. 144, décrit pendant un intervalle de temps fort court; que, de la première extrémité A de l'arc de ce secteur, on mène une tangente AB à la courbe, et que l'on prolonge jusqu'à cette tangente en B le rayon vecteur CD mené de l'origine de la force à l'autre extrémité de l'arc, la partie de ce rayon BDA, interceptée entre la courbe et la tangente, sera visiblement l'espace que la force centripète aura fait décrire : l'on a, ainsi qu'on l'a vu (369), $F = \frac{2e}{t^2}$, mais $e = BD$; ainsi l'on a $F = \frac{2e}{t^2}$.

L'on a vu (374) que les secteurs sont proportionnels aux temps ; faisant le secteur $ACD = S$, on a $S :: t$, $S^2 :: t^2$, donc $F :: \frac{2e}{S^2} = \frac{2(BD)}{(ACD)^2}$: ainsi la force centripète est comme la partie du rayon vecteur interceptée entre la courbe et la tangente divisée par le carré du secteur. A la rigueur, la force centripète dans les divers points de la courbe n'est pas proportionnelle à ces quotiens; mais elle est d'autant plus près de l'être, que les secteurs sont plus petits, en sorte qu'elle est exactement proportionnelle à la limite de ces quotiens : l'analyse différentielle donne cette limite en fonctions du rayon vecteur lorsque la nature de la courbe est connue, et alors on a la fonction de la distance à laquelle la force centripète est proportionnelle.

Résumé.

376. Il suit de ce que nous venons d'exposer qu'un corps qui se meut dans une courbe est sollicité par deux forces, qui donnent naissance à un grand nombre de phénomènes; l'une tangentielle à la courbe, appelée force centrifuge, et en vertu de laquelle il tend à s'écarter du centre de courbure; l'autre, qui lui fait équilibre en tendant à rapprocher le corps de son centre de mouvement, et que l'on nomme force centripète; que la réunion de ces deux forces, agis-

sant en sens contraire sur le centre du mouvement, s'appelle force centrale; que, dans un instant très-court, la force centripète est égale au sinus verse du petit arc que le corps décrit; que l'on trouve, par ce moyen, que la gravité à l'équateur est diminuée de $\frac{1}{289}$, et qu'un corps éloigné de dix-sept rayons du centre de la terre, qui ferait sa révolution en même temps qu'elle, n'exercerait aucune pesanteur sur notre globe; que les forces centripète et centrifuge sont égales au carré de la vîtesse divisé par le temps; que cette dernière force, due au mouvement de rotation de la terre, est, sur chaque point, proportionnelle aux rayons des parallèles à l'équateur; que l'on démontre la belle proposition de Kepler, que *les aires décrites par le rayon vecteur autour de l'origine des forces sont toujours proportionnelles aux temps. Réciproquement, que, si les aires tracées par les rayons vecteurs autour d'un point fixe croissent comme les temps, la force qui sollicite les corps est constamment dirigée vers un même point;* enfin que la force centripète est, comme la partie du rayon vecteur, interceptée entre la courbe et la tangente divisée par le carré du secteur.

DE LA PESANTEUR.

377. La pesanteur est cette force en vertu de laquelle un corps tend à se porter vers un autre.

Depuis les molécules les plus petites qui entrent dans la formation des corps, jusqu'aux masses les plus considérables, tout, dans la nature, cède à cette force. La solidité des corps, leur cristallisation, la réfraction de la lumière, l'élévation et l'abaissement des fluides dans les tubes capillaires, et généralement toutes les combinaisons chimiques, sont des résultats de la pesanteur que l'on désigne sous le nom d'attraction, et dont la connaissance est un des principaux objets de la physique.

Nous ne nous occuperons maintenant que de la pesanteur des corps à la surface de la terre; l'on traitera, dans la leçon suivante, de la pesanteur générale des corps célestes, connue sous le nom de gravité; et, quant à la pesanteur des molécules des corps ou à l'*affinité* (1), ses effets sont démontrés en chimie.

La pesanteur sur la surface de la terre se divise naturellement en trois parties, 1° pesanteur absolue, 2° pesanteur relative, 3° pesanteur spécifique.

§. XLIV.

De la Pesanteur absolue.

578. Tout corps abandonné à lui-même tombe

---

(1) AFFINITÉ vient du latin *affinitas*, liaison par mariage; c'est la tendance que les molécules des corps ont à se porter l'une vers l'autre.

sur la surface de la terre en vertu de la pesanteur : la direction de sa chûte est perpendiculaire à l'horizon si elle se fait sur la surface de la mer ou au milieu d'une grande plaine ; elle est plus ou moins oblique à la verticale si la chûte a lieu dans un pays de montagnes ; ses différences alors résultent de la pesanteur exercée par tous les corps environnans sur le corps abandonné. La Condamine, en prenant dans le même instant, des deux côtés d'une des hautes montagnes de la chaîne des Cordelières, l'angle d'une étoile avec une verticale formée par un long fil à l'extrémité duquel était un corps pesant, s'est assuré, par la différence des angles de l'étoile avec cette verticale, que la direction du fil était dérangée par l'action de la montagne, laquelle attirait à elle le corps pesant qu'il soutenait : cette observation, répétée par le docteur Maskeline sur une haute montagne d'Ecosse, eut un égal succès ; et tout récemment Cavendisch a vérifié, à l'aide de la balance de torsion de Coulomb que des masses considérables, placées sur la surface de la terre, agissent les unes sur les autres en s'attirant mutuellement.

379. Tous les corps élevés au-dessus de la surface de la terre, et ensuite abandonnés à eux-mêmes, tombent avec des vîtesses différentes ; les plus lourds tombent avec plus de vîtesse, les plus légers avec plus de lenteur ; il en est même qui, à cause de leur grande légéreté, restent suspendus dans l'air : ce

rapport entre la vîtesse des chûtes et la masse des corps avait fait penser que la vîtesse était proportionnelle aux masses. Pour s'en assurer, Newton et Desaglier firent tomber du haut de la tour de Saint-Paul de Londres, élevée de 82.met. 8, deux boules de 14centim. de diamètre, l'une pesant 1388 décigrammes, et l'autre 73: ainsi les masses sous le même volume étaient à peu près : : 19 : 1 ; la plus pesante acheva sa chûte en 7″ 52, et la plus légère en 23″ 15, à peu près dans le rapport de 8 à 25 ou de 1 à 3; d'où ils conclurent que la vîtesse n'est pas proportionnelle aux masses.

380. Gallilée, qui avait le premier examiné la vîtesse de la chûte des corps différemment denses, et qui avait observé qu'elle ne répondait pas à la différence des poids, chercha une explication à l'augmentation de vîtesse que les corps tombans acquéraient en raison de leur densité, et il trouva que cette différence venait de la résistance de l'air que les corps avaient à traverser. En effet, on a observé depuis que des corps de diverses densités, tels que de la plume, du papier, du plomb, placés dans la partie supérieure d'un long tube A B, fig. 145, dans lequel on avait fait le vide, mettaient le même temps pour parcourir sa longueur, c'est-à-dire arrivaient en même temps au bas lorsqu'ils commençaient ensemble à tomber, et que conséquemment ils avaient la même vîtesse.

381. Newton a cherché à déterminer par la chûte des corps, différemment denses, dans divers milieux, et par l'oscillation du pendule dans des milieux différens, la différence de vîtesse que les corps ont dans leurs chûtes. Pour cela, après avoir enveloppé de cire des balles de plomb, de manière que l'enveloppe de chacune ayant des épaisseurs inégales, leurs densités fussent différentes, il a fait tomber ces balles dans un tube de 2.met. 72 de hauteur, qu'il a rempli successivement de divers liquides, tels que alcool, eau distillée, eau tenant du sel en dissolution, acides, etc.; et, comparant la durée de chaque chûte à la densité des balles et des milieux, il a trouvé que, lorsque le milieu n'a pas, comme l'huile, une tenacité particulière dépendante de sa *viscosité* (1), la résistance des milieux était :

1° Proportionnelle à leur densité,

2° Proportionnelle aux carrés des diamètres des balles,

3° Proportionnelle aux carrés des vîtesses des corps.

En faisant osciller des pendules de plomb, de fer, de bois, etc. ayant des diamètres égaux et des diamètres différens, et cela successivement dans l'air,

(1) VISCOSITÉ vient du grec ἰξοσ, *gui*, plante qui produit un suc gluant, tenace et mou; c'est la force avec laquelle les molécules de liquide sont attachées l'une à l'autre.

dans l'alcool, dans l'eau, dans le mercure, etc.; mesurant le nombre d'oscillations que fait un pendule pour diminuer son arc d'une fraction de l'espace qu'il parcourait au premier instant, Newton a trouvé que la résistance était :

1° Proportionnelle à la densité des milieux,

2° Proportionnelle aux carrés des diamètres des pendules,

3° Proportionnelle aux carrés des vîtesses des pendules.

382. Puisque les corps différemment denses éprouvent en tombant des résistances qui croissent comme la densité des milieux et comme les carrés de leurs diamètres, il s'ensuit que des corps de même densité doivent tomber plus lentement lorsqu'ils sont divisés que lorsqu'ils sont en grandes masses; de là, qu'une masse d'eau, divisée par l'air en tombant, doit produire un choc moins grand que si, étant réunie sous la forme de glace, elle tombait en une seule masse; qu'ainsi la pluie doit tomber moins vîte que la grêle, et produire moins de dommages.

383. Des corps semblables ont en tombant une vîtesse d'autant plus grande, qu'ils viennent de plus haut, c'est-à-dire qu'en divers instans de leur chûte ils parcourent des espaces successivement plus grands. En faisant descendre un petit charriot C sur une corde inclinée AB, fig. 146, on voit que si dans un instant il parcourt l'espace AD, dans un second il

parcout l'espace DE, dans un troisième celui EF, dans un quatrième celui FB, et que ces espaces sont entre eux comme 1, 3, 5, 7, etc. et croissent comme la *progression* (1) *arithmétique* (2) des nombres impairs; mais, comme, en ajoutant ces nombres, on on a 1, 4, 9, 16, etc. carré des nombres naturels 1, 2, 3, 4 etc., Gallilée conclut de cette expérience, qu'il fit le premier, que les espaces parcourus sont entre eux comme les carrés des temps.

384. Cette expérience peut être répétée avec plus d'exactitude avec l'appareil nommé machine d'*Athood.* (3)

Elle est composée d'une grande roue AB, fig. 147, dont l'axe C est porté par deux petites poulies DE très-mobiles, qui diminuent le frottement de l'axe de manière à le rendre presque insensible : c'est de la diminution du frottement que dépend toute la perfection de la machine. Sur cette roue est un fil de soie très-léger FBAG, aux extrémités duquel sont suspendus deux supports HI, qui se font équilibre;

---

(1) Progression vient du latin *pro*, en avant, *gradus*, degré; c'est une suite de termes qui se surpassent l'un l'autre suivant une certaine loi.

(2) arithmétique vient du grec *αριθμοσ*, *nombre;* c'est la science des nombres ou la détermination des rapports exprimés par des nombres.

(3) Athood est le nom de l'inventeur.

parallèlement au support de la machine est une règle verticale KL divisée en parties égales : sur cette règle se fixent, avec des vis, deux cercles N, M; le premier N est un anneau à travers lequel le corps peut passer ; le second M est un plan qui reçoit le corps tombant. Sur le support de la machine est fixé un pendule O P, qui bat les secondes *ds*, et qui est destiné à mesurer le temps.

En plaçant sur les plateaux H et I des corps diversement pesans, le corps qui pèse le plus a une vîtesse que l'on apprécie par l'espace parcouru indiqué sur la règle, tandis que le temps employé à le parcourir est indiqué par le pendule. Avec cette machine, on peut vérifier cette loi de l'accélération de la chûte des corps, que les espaces parcourus sont entre eux comme les carrés des temps. (1)

385. Cette loi, trouvée par Gallilée, prouve, ainsi qu'il l'avait annoncé, et ainsi qu'on le démontre dans l'expérience du tube vide d'air, que la pesanteur paraît agir de la même manière sur tous les corps dans l'état de repos et dans celui de mouvement. Au premier instant un corps abandonné à son action acquiert un degré de vîtesse infiniment petit, un

---

(1) On peut, pour avoir la théorie complète de la machine d'*Athood*, consulter les §. 266 à 270 du plan raisonné de la partie de l'enseignement de l'école polytechnique qui a pour objet l'équilibre et le mouvement des corps.

nouveau degré de vîtesse s'ajoute au premier dans le second instant, et ainsi de suite, en sorte que la vîtesse augmente en raison des temps.

386. Si l'on imagine un triangle ABC, fig. 148, dont un des côtés AB représente le temps T, et croisse avec lui, et l'autre côté BC la vîtesse V, l'élément Aab de la surface de ce triangle étant égal au produit de l'élément du temps t, représenté par Aa, et de l'élément de la vîtesse v, représenté par cd, il représentera l'élément de l'espace e parcouru dans un premier instant; car, lorsque le corps commence à tomber de A, il n'a aucune vîtesse; mais, lorsqu'il est arrivé en a, il a la vîtesse ab : ainsi la moyenne vîtesse, pendant le temps Aa de sa chûte, est cd, moitié de ab, et $cd \times Aa =$ la surface Aab. Pendant le second instant de sa chûte aa', il parcourt, en vertu de la vîtesse acquise ab, l'espace $aa'gb$ produit de aa' par ab, et double de Aab; et, de plus, en vertu de sa pesanteur, le triangle bgb' égale Aab : donc l'espace parcouru dans le second instant $= aa'gb + bgb' = 3\,Aab$. On prouvera de même que, dans l'instant suivant $a'a''$, le corps parcourra l'espace $a'a''b''b' = 5\,Aab$; dans l'instant suivant $a''B$ l'espace $a''Bcb'' = 7\,Aab$... etc. : donc les espaces parcourus pour chaque temps égal et successif croîtront comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc. et, pendant le temps entier AB, le triangle ABC représentera l'espace E

que la pesanteur fait décrire, de manière que E = T v; mais, dans ce triangle, les vîtesses $a\,b$, $a'\,b'$, $a''\,b''$, B C, augmentent comme les temps A a, A a', A a'', A B, etc. ; ainsi l'on a $v : v' :: T : t'$. Les hauteurs H, dont les corps tombent, sont représentées par les surfaces des triangles A $a\,b$, A $a'\,b'$, etc.; les surfaces sont entre elles comme les carrés des côtés *homologues* (1) A a^2, A a'^2, A a''^2 etc.; on a $a\,b^2$, $a'\,b'^2$, $a''\,b''^2$ etc. ; et, comme ces côtés représentent les uns A a les temps, les autres $a\,b$ les vîtesses, il s'ensuit que les hauteurs $H : h :: T^2 : t^2 :: V^2 : v^2$.

387. L'espace A $a\,b$ = E est celui qu'un corps parcourt dans un temps donné T V; mais, en vertu de la vîtesse $a\,b$, acquise à la fin de cet instant, l'espace $a\,a'\,g\,b$, qu'il parcourrait pendant un temps égal, étant double du premier, on a 2 E = T V.

388. Le rapport de la vîtesse au temps est constant pour une même force *accélératrice* (2) F; il augmente ou diminue suivant qu'elle est plus ou moins grande; il peut donc servir à l'exprimer : ainsi on a $F = \frac{V}{T}$, 2 E = T V; donc V =

---

(1) HOMOLOGUE vient du grec *ὅμοσ*, *semblable*, *λόγοσ*, *raison*, *quantité*; c'est la ressemblance des objets.

(2) ACCÉLÉRATRICE vient du latin *accelerare*, se hâter, faire diligence; c'est une force qui va toujours en augmentant ou diminuant.

$\frac{2E}{T}$, $\frac{V}{T} = \frac{2E}{T^2}$; d'où $F = \frac{V}{T} = \frac{2E}{T^2}$;
de même $F = \frac{V}{T}$ donne $T = \frac{2E}{V}$ et $F = \frac{V^2}{2E}$:
ainsi les forces accélératrices peuvent être exprimées de trois manières, $F = \frac{V}{T}$, $= \frac{2E}{T^2} = \frac{V^2}{2E}$: ces trois manières d'exprimer sont utiles dans diverses circonstances; elles ne donnent pas les valeurs absolues de ces forces, mais seulement leurs rapports, soit entre elles, soit avec l'une d'elles prise pour unité, et dans l'examen du systéme du monde on n'a besoin que de ces rapports.

389. Sur un plan incliné AB, fig. 149, l'action de la pesanteur qui fait descendre le corps selon la verticale AE se décompose en deux; l'une selon BE, qui est perpendiculaire au plan, et qui est détruite par la résistance; l'autre sur le plan AB. La longueur AE sur la verticale, déterminée par l'intersection des deux forces AB et BE, est leur résultante; et l'on a, à cause des triangles semblables ABE, ADB, AB, longueur du plan parcouru par le corps est à AE, résultante des forces, comme AD, hauteur perpendiculaire du plan, est à AB, longueur du plan: or, comme le rapport est le même entre toutes les parties du plan AB et celles qui y correspondent dans la verticale AE, il suit que le mouvement sur le plan incliné est aussi accéléré que s'il se faisait dans la verticale, et que les espaces parcourus

sur A B sont aux espaces parcourus sur AE dans le rapport de la hauteur du plan AD à sa longueur AB; et, à cause de l'angle droit formé par la force BE, perpendiculaire à AB, il suit que, si AE est considéré comme le diamètre d'un cercle, tous les plans inclinés AM, AN, AO, AB, étant parcourus dans le temps AE, les vîtesses et les espaces sur les les plans inclinés sont entre eux comme les diamètres des cercles : donc toutes les cordes d'un cercle qui aboutissent à l'une des extrémités de son diamètre vertical sont parcourues, par suite de la pesanteur, dans le même temps que ce diamètre.

390. Un projectile lancé suivant une droite quelconque AB, fig. 150, s'en écarte sans cesse, en décrivant dans l'espace une courbe A*fh*K*m*C *concave* (1) vers l'horizon, et dont cette droite est la première *tangente* (2). Son mouvement, rapporté à cette droite par des lignes verticales *fe*, *hg*, *ki*, *ml*, CB, est uniforme; mais il s'accélère suivant ces verticales, conformément aux lois qui viennent d'être exposées (383 et suiv.) En élevant de chaque

(1) Concave vient du latin *cum*, ensemble, et du grec κοιλεω, je creuse; c'est une surface ou une ligne creuse.

(2) Tangente vient du latin *tangere*, toucher; c'est une ligne ou une surface qui touche une ligne, une surface ou un solide en un point.

point de la courbe les verticales fe, hg, ki, ml, CB, sur la première tangente AB, elles seront proportionnelles aux carrés des parties correspondantes de cette tangente, et par conséquent proportionnelles aux carrés des quantités A ϕ, A η, A κ, A μ, et en général AP. Ainsi, en faisant $AP = x$; la tangente trigonométrique de l'angle $BAP = b$, et $CP = y$; on aura $BC = ax^2$, $BP = bx$, et $CP = y = bx - ax^2$, qui est l'équation d'une *parabole* (1). Si la force de projection est dirigée suivant la verticale AF, la parabole se confond alors avec elle : ainsi les *formules* (2) du mouvement parabolique donnent les mouvemens accélérés ou retardés dans la verticale.

391. Telles sont les lois de la chûte des graves découvertes par Gallilée : il nous semble aujourd'hui qu'il était facile de parvenir à cette découverte; mais puisque, malgré les phénomènes qui les reproduisaient sans cesse, elle avait échappé aux recherches des philosophes, il fallait un rare génie pour les démêler dans ces phénomènes.

---

(1) PARABOLE vient du grec παρα, *par-dessus*, βαλλω, *je jette, je lance;* c'est la courbe d'un projectile lancé dans l'air.

(2) FORMULE vient du latin *formula*, règle, forme; c'est un résultat général tiré d'un calcul, et renfermant une infinité de cas assujettis à la même règle.

392. L'espace parcouru dans le vide par des corps de volumes et de poids différens étant égal pour des temps égaux, et la vitesse s'accélérant de manière à faire parcourir aux corps des espaces qui sont comme les carrés des temps, il devenait intéressant de déterminer l'espace qu'un corps devait parcourir dans un premier instant de sa chûte : on s'est asssuré par l'expérience, en faisant tomber différens corps dans le vide, que la hauteur parcourue dans la première seconde de leur chûte est égale à 3,$^{\text{met.}}$ 66107.

393. On démontre, par l'analyse (1), que la lon-

---

(1) On peut consulter le §. 10, pag. 31 de la Mécanique céleste de Laplace; le §. 126, pag. 86, de la Mécanique analytique de Prony; le §. 201, pag. 286, de la Mécanique de Francœur.

Faisant le temps de l'oscillation $= T$, la gravité $= g$, la longueur du pendule $= r$, le rapport de la circonférence au diamètre $= \Pi$, Laplace arrive à cette équation $T = \Pi \sqrt{\frac{r}{g}}$; donc $g = \frac{\Pi^2}{T^2} r$.

Faisant la longueur du pendule $= a$, et tout le reste comme Laplace, Prony et Francœur arrivent à cette équation $g = \frac{\Pi^2}{t^2} a$.

Puisque $r = a = l$, longueur du pendule, l'équation devient $g = \frac{\Pi^2}{t^2} l$; mais la gravité ou la force accélératrice $= \frac{2e}{t^2}$, d'où l'on tire $2e = \Pi^2 l$. e est la

gueur du pendule simple qui bat les secondes est au double de la hauteur d'où la pesanteur fait tomber les corps dans la première seconde de leur chûte, comme le carré du diamètre est au carré de la circonférence : : $\overline{(113)}^2 : \overline{(355)}^2$: : 12769 : 126025; la longueur du pendule qui bat les secondes à Paris étant de 0.mèt. 741887, il en résulte que la pesanteur y fait tomber les corps de 3.mèt. 66107 dans la première seconde; ce qui est conforme à l'expérience et aux autres observations.

Ce passage du mouvement d'oscillation au mouvement rectiligne des graves, dont on peut observer la durée avec une grande précision, est une remarque ingénieuse dont on est redevable à Huighens.

394. Les durées des oscillations fort petites des pendules de longueurs différentes, et animées par les mêmes pesanteurs, sont comme les racines carrées de ces longueurs; car, des arcs très-petits pouvant être considérés comme les cordes qui les soustendent, et le temps que le corps met à parcourir ces cordes étant le même que celui qu'il emploie à

---

la hauteur h de laquelle un corps tombe pendant le temps t, et Π le rapport de la circonférence au diamètre $= \frac{C}{D}$. Faisant ces substitutions, on a $2h = \frac{C^2}{D^2}\, l$, ou $\frac{2h}{l} = \frac{C^2}{D^2}$; d'où l'on conclut $C^2 : D^2 :: 2h : l$.

tomber d'une hauteur égale à son diamètre (389), lorsque deux corps sont animés d'une même pesanteur, les hauteurs qu'ils parcourent (386) sont comme les carrés des temps; mais les temps dans lesquels des hauteurs différentes sont parcourues doivent être comme les racines carrées des hauteurs : donc les durées des oscillations, pour de petits arcs, sont comme les racines carrées des longueurs des pendules, qui sont proportionnelles aux diamètres des cercles des arcs parcourus par ces pendules; mais si les pendules sont de même longueur, et animés de pesanteurs différentes, les durées des oscillations sont réciproques aux racines carrées des pesanteurs; car il suit du n° (388) que $F : f :: \frac{2E}{T^2} : \frac{2e}{t^2}$; si $2E = 2e$, on a $F : f :: \frac{1}{T^2} : \frac{1}{t^2}$; donc $T : t :: \frac{1}{\sqrt{F}} : \frac{1}{\sqrt{f}}$: ainsi la durée des oscillations du pendule peut servir à déterminer l'action de la pesanteur.

Résumé.

395. Il suit de ce que nous venons d'exposer que, dans le vide, les corps tombent tous avec des vitesses semblables, et que la différence apperçue dans la vitesse des corps tombant dans l'air est due à la résis-

tance de ce milieu ; que la vîtesse des corps qui tombent s'accélère, et que la loi de cette accélération est telle, que les espaces parcourus sont entre eux comme les carrés des temps; que sur les plans inclinés, que l'on peut considérer comme des cordes d'un cercle qui aboutissent à l'extrémité de son diamètre vertical, les cordes sont parcourues en vertu de la pesanteur dans le même temps que ces diamètres, d'où l'on voit que la pesanteur suit la même loi sur le plan incliné que sur la verticale ; qu'un projectile lancé, obéissant à la force de projection et à celle de la pesanteur, décrit une parabole dans l'espace ; que la hauteur parcourue dans le vide, par tous les corps, dans la première seconde de leur chûte, est à Paris de 3.$^{\text{mèt.}}$66107 ; enfin que la durée des oscillations de deux pendules d'égale longueur, placés sur divers points de la terre, peut servir à déterminer l'action de la pesanteur.

§. XLV.

De la Pesanteur relative.

396. C'est l'excès de poids d'un corps sur un autre auquel on le compare.

La pesanteur relative est celle que nous considérons habituellement, et dont nous faisons usage dans divers besoins de la vie : c'est proprement la masse

des corps que nous comparons par le moyen des léviers et d'un étalon.

397. L'étalon (1) dont on fait usage diffère dans chaque pays : en France c'est le poids d'un *centimètre* (2) cube d'eau distillée pris à la température où la densité de l'eau est la plus grande; il équivaut à 18, grains 827.

398. On appelle *balance* (3) l'instrument avec lequel on prend la pesanteur des corps comparés à l'étalon pris pour unité. Les balances sont de deux sortes, balances ordinaires et balances appelées romaines.

399. Les balances ordinaires sont formées d'un lévier AB, fig. 151, aux extrémités duquel des plateaux sont suspendus. Le point d'appui du lévier le divisant en deux parties égales, il faut, pour établir l'équilibre, que le poids dans un des plateaux soit égal à celui que l'on met dans l'autre : appelant p le poids étalon, m le nombre de poids, et ϖ celui du corps, on a $mp = \varpi$.

---

(1) Étalon paraît venir du latin *stare*, s'arrêter; c'est une mesure qui reste en place, et qui doit servir de modèle.

(2) Centimètre vient du latin *centum*, cent, et du grec μέτρον, *mesure;* c'est la centième partie d'une mesure.

(3) Balance vient du latin *bis*, deux fois, *lanx*, plat; mesure à deux plats, ou du grec τάλαντον, *balance*.

Le point d'appui des balances peut être en *c* dans la droite A B, menée par les points de suspension des plateaux, en dessus en D, ou au dessous en E.

Les balances dont le point d'appui *c* est dans la première position, c'est-à-dire qui passe par le centre de gravité, ont le défaut de conserver leur équilibre quelque situation que prenne le *fléau.* (1)

Les balances dont le point d'appui est au-dessus du centre de pesanteur du fléau en D ne sont en équilibre que lorsqu'elles sont horizontales; mais il faut, pour les déranger de cette position, des poids plus ou moins considérables, ce qui fait que ces balances ne sont pas aussi exactes que les premières; cependant on les préfère malgré cette imperfection, à cause de la facilité avec laquelle on peut juger l'équilibre.

Les balances dont le point d'appui est au-dessous du centre de pesanteur en E sont appelées folles, parce qu'elles ne peuvent rester dans aucune position lorsque les poids sont égaux.

400. Les balances romaines, fig. 152, sont formées d'un lévier A B, à l'une des extrémités B duquel est suspendu le plateau C destiné à placer le corps

---

(1) FLÉAU vient du latin *flagellum*, fouet, baguette avec laquelle on frappe; c'est ici une baguette aux deux extrémités de laquelle sont suspendus les plateaux de la balance.

à peser : le point d'appui D est très-près du point de suspension du plateau ; un poids constant P glisse le long de l'autre extrémité D A du lévier, et indique, par sa position, le poids du corps. Appelant a la distance DB de la suspension du plateau au point d'appui, et n la distance DQ du poids mobile au même point d'appui, on a $a\varpi = n$ P. On gradue le grand lévier de manière à lui faire indiquer, par la position du poids, les pesanteurs correspondantes.

On peut, par le moyen de plusieurs poids P, P′ P″, lorsque la balance romaine est bien faite, peser de grandes masses, en déterminant les plus petites différences dans les poids. (1)

401. On se sert aussi du peson à ressort, fig. 153 et 154, que l'on gradue par le tâtonnement ; mais on conçoit qu'à la longue le ressort se fatiguant, cet instrument devient inégal.

§. XLVI.

De la Pesanteur spécifique. (2)

402. On appelle pesanteur spécifique le rapport

---

(1) Si l'on veut avoir de plus grands détails sur la théorie de ces instrumens, on les trouvera dans le 26[e] volume des Annales de Chimie, pag. 151 et suiv.

(2) Spécifique vient du latin *species*, espèce ; c'est une chose singulière, particulière.

des poids absolus des corps sous des volumes égaux.

On nomme *densité* (1) le rapport des masses sous des volumes égaux. La masse des corps étant proportionnelle aux poids absolus, il s'ensuit que les densités peuvent être exprimées par les pesanteurs spécifiques, et réciproquement.

403. Si l'on appelle P le poids absolu ou la masse d'un corps, D la densité, V le volume, on aura

$$P = DV, D = \frac{P}{V}, V = \frac{P}{D}.$$

404. Dans la comparaison des pesanteurs spécifiques il était nécessaire de prendre la masse d'un corps pour unité; on a choisi l'eau distillée, comme étant la substance la plus identique et la plus facile à obtenir dans tous les lieux : mais, l'eau changeant de densité avec sa température, on est convenu de prendre pour comparaison la pesanteur de l'eau à 15.deg. centigrades (2). Soit ϖ la pesanteur absolue d'un volume γ d'eau, et δ sa densité, on aura $\varpi = \gamma \delta$, donc $P : \varpi :: DV : \gamma \delta$; et, si $V = \gamma$, on aura $P : \varpi : D : \delta$; donc, sous des volumes égaux, la densité d'un corps, comparée à celle de l'eau,

(1) Densité vient du latin *densus*, épais, serré; c'est la suite du resserrement des parties qui composent un tout.

(2) Centigrade vient du latin *centum*, cent, *gradus*, degré ; c'est ici une division en cent degrés de la glace à l'eau bouillante.

donne $D = \frac{P}{\varpi}$; et, dans le cas où l'on prendrait la densité de l'eau pour l'unité, on aurait $\delta = 1$, et $D = \frac{P}{\varpi}$: ainsi tout se réduit, pour avoir la densité ou la pesanteur spécifique d'un corps, à connaître le poids d'un volume égal d'eau distillée et du corps, et à diviser le poids du corps par celui de l'eau.

405. Les corps dont on prend la pesanteur spécifique peuvent être solides, liquides ou gazeux.

Si l'on pouvait connaître le volume exact de tous les solides en les pesant, on aurait leur poids comparé à leur volume, conséquemment leur densité; mais la plupart des corps dans cet état présentent trop de difficultés à être mesurés, pour espérer d'obtenir ainsi leur volume exact.

406. Archimède ayant remarqué qu'un corps plongé dans l'eau y perdait une portion de son poids égale à celle de l'eau qu'il déplaçait, et le volume de l'eau déplacée étant égal à celui du corps lorsqu'il est submergé, ce moyen a paru propre à donner la densité des corps; en conséquence, on a fait usage des deux méthodes suivantes.

407. Par la première méthode on pèse un vase vide, dont nous ferons le poids $= \pi$; on le pèse de nouveau plein d'eau, nous supposerons son poids dans cet état $= P'$, et l'on obtient ainsi le poids de l'eau contenue

dans le vase $p = P' - \Pi$ On pèse dans l'air le corps dont on veut avoir la densité, et dont le poids $= P$, on le met dans le vase, que l'on remplit ensuite d'eau; on pèse le tout, le poids total $= P''$: ainsi le poids p' de l'eau contenue dans le vase est $p' = P'' - p + \Pi$, et le poids ϖ de l'eau déplacée par le corps est $p - p'$. Connaissant par cette expérience P et ϖ, on a $D = \frac{P}{\varpi} = \frac{P}{P - P'}, = \frac{P}{P' - \Pi - P'' + p - \Pi}$ $= \frac{P}{P' - 2\Pi - P'' + P' - \Pi} = \frac{P}{2P' - 3\Pi - P''}$.

408. Dans la seconde méthode, qui est le plus en usage, on pèse le corps dans l'air, et l'on connaît ainsi son poids $= P$; on le pèse dans l'eau, et l'on a son poids $= P'$; comme le poids qu'il a perdu en le pesant dans l'eau est justement celui d'un égal volume d'eau déplacé, on a $P - P' = \varpi$, d'où l'on déduit $D = \frac{P}{P - P'}$.

409. Pour tous les solides insolubles dans l'eau, on peut faire usage de deux méthodes indiquées nos 407 et 408; mais si les solides sont solubles dans l'eau, il faut les plonger dans un liquide qui n'ait point d'action sur eux, et dont on connaisse la densité comparée à celle de l'eau. Soit d' cette densité, et Π' le poids comparé à celui de l'eau, il faut que l'on ait $d' = \frac{\Pi'}{\varpi}$.

On peut, en suivant le moyen indiqué page 2 du du 28e volume des Annales de Chimie, se servir d'un flacon plein de mercure, et faire usage de la méthode indiquée plus haut (408). En faisant d' la densité du mercure, Π' son poids, P celui du corps, on aura $D = \frac{P d'}{\Pi'}$; mais comme d' est connu, puisque l'on a $d' = \frac{\Pi'}{\varpi}$, en substituant sa valeur dans l'équation, elle se trouvera transformée en $D = \frac{P \Pi'}{\Pi' \varpi} = \frac{P}{\varpi}$.

On peut encore se servir, soit d'huile de thérébentine, soit d'un liquide plus léger, ainsi que l'a fait Mussenbroech; peser le corps dans l'air, puis dans ce liquide; et, par la méthode n° 408, on a de même $D = \frac{P d'}{\Pi'} = \frac{P}{\varpi}$.

410. Lorsque l'on veut avoir des densités exactes, il faut peser, autant qu'il est possible, des corps de volumes égaux; car on obtient des rapports de densités tout à fait différens lorsque la substance soumise à l'expérience est sous un volume considérable, ou divisée en de très-petites parties. On peut consulter à ce sujet les mémoires sur l'aréométrie, contenus dans le 26e volume des Annales de Chimie.

411. On prend la densité des liquides de deux manières, 1° par le poids du liquide qu'un vase donné

peut contenir, 2° par le liquide que déplace un *aréomètre* (1) que l'on plonge dans un liquide. La première méthode a été employée par Homberg, et la seconde par un grand nombre de physiciens.

Si, dans la première méthode, on fait Π le poids du vase, P' le poids de ce vase plein d'eau, P'' le poids du liquide, on aura $\varpi = P' - \Pi$, et $P = P'' - \Pi$; donc la formule générale $D = \frac{P}{\varpi}$ deviendra $D = \frac{P'' - \Pi}{P' - \Pi}$.

412. Les aréomètres sont construits de manière que les uns mesurent la densité des liquides par des poids, les autres par le degré d'enfoncement d'un tube dans le liquide; le premier est attribué à Farenheit; les seconds ont été employés par plusieurs physiciens.

413. Les aréomètres qui mesurent par les poids sont formés d'un tube ACDE, fig. 155, surmonté d'une tige très fine AK, sur le sommet de laquelle est un petit plateau LM, et à l'extrémité inférieure un espace FGH rempli de mercure ou d'une autre substance pesante, afin que, le centre de gravité de tout l'ensemble étant beaucoup au-dessous du centre

(1) Aréomètre vient du grec Ἀὴρ, *air*, μέτρον, *mesure*; c'est un instrument propre à mesurer le poids du volume d'un liquide que l'on déplace.

de figure, l'instrument puisse prendre une situation verticale dans le liquide où l'on veut le plonger. Sur un point I de la tige on trace une marque ineffaçable, afin de faire plonger constamment l'instrument jusqu'à cette marque.

Cet aréomètre a une pesanteur moindre qu'un égal volume du liquide le plus léger dans lequel on a l'intention de le plonger.

Connaissant le poids de l'aréomètre $= \Pi$, celui qu'il faut y ajouter lorsqu'on l'enfonce dans l'eau distillée jusqu'à la marque I $= P'$, on a le poids de l'eau déplacée $\varpi = P' + \Pi$. Connaissant de même le poids qu'il faut y ajouter pour le plonger dans un liquide jusqu'à la marque I $= P''$, on a le poids du liquide déplacé $P = P'' + \Pi$; ainsi l'équation $D = \frac{P}{\varpi}$ devient $= \frac{P'' + \Pi}{P' + \Pi}$.

414. Nicholson a rendu l'aréomètre de Farenheit propre à prendre la densité des solides, en séparant le poids inférieur de l'instrument, et en formant avec ce poids un plateau inférieur suspendu en A, fig. 156. Connaissant le poids P' qu'il faut ajouter à l'instrument pour le plonger dans l'eau distillée, on peut déterminer le poids d'un corps moindre que celui P'. En plaçant le corps sur le bassin K, et y ajoutant un poids P''' pour l'enfoncer jusqu'à la marque I, le poids du corps $P = P' - P'''$; plaçant ensuite le corps sur

le plateau inférieur A, et, ajoutant sur le plateau supérieur un poids P″, on a le poids du corps dans l'eau $p = P' - P''$, et le poids de l'eau déplacée $\varpi = P - p$: ainsi l'équation $D = \frac{P}{\varpi}$ devient $=$

$$\frac{P - P'''}{P - p} = \frac{P - P'''}{P - P' + P''}.$$

415. Ramsden a proposé d'appliquer le trébuchet aux aréomètres, pour suppléer aux poids, et rendre leur usage plus commode. J'ai indiqué, page 151 et suivantes du 26e volume des Annales de Chimie, un perfectionnement à cette méthode, qui consiste à réunir plusieurs poids au trébuchet, afin d'obtenir de plus petites différences.

416. Les aréomètres à tige graduée, fig. 157, diffèrent principalement de celui de Farenheit, en ce qu'ils sont surmontés d'une tige qui peut indiquer la densité par le degré d'enfoncement.

Le Ratz, Baumé, Casbois, etc. ont proposé de tracer sur les tubes des divisions en parties égales, qui n'ont aucun rapport avec les densités indiquées, ni même avec les proportions de substances dissoutes.

Brisson a proposé une méthode pour graduer l'instrument de manière à lui faire indiquer les densités.

On trouve dans les volumes 26, 27 et 28 des Annales de Chimie, plusieurs mémoires dans lesquels j'indique la manière de graduer la tige de ces sortes d'aréomètres de manière à leur faire indiquer

ou des densités, ou des rapports de combinaisons : je crois inutile d'entrer ici dans des détails qu'on peut lire dans cet ouvrage ; j'observerai seulement que, dans la graduation, les hauteurs doivent être en raison composée de la directe des masses et de l'inverse des densités, car on a $V : v :: \frac{P}{D} : \frac{p}{d}$. Appelant B les bases, et H les hauteurs, on a $V : v :: HB : hb$. Les bases étant les mêmes dans un même tube, on a $V : v :: H : h$; donc $H : h :: \frac{P}{D} \frac{p}{d}$; et, comme le poids de l'instrument est constant, on a $H : h :: d : D$, d'où $H = \frac{hd}{D}$.

417. La difficulté de diviser les tubes réciproquement aux densités pouvant être un long obstacle à l'usage des aréomètres destinés à indiquer les densités par cette graduation, il serait possible de substituer à ces sortes d'instrumens un aréomètre indiquant les différens volumes des corps sous un même poids ; car, puisque l'on a $V : v :: H : h$, on voit que tout se réduirait à diviser les tiges en parties égales, à partir de deux points dont on connaîtrait l'indication de volume, et de les diviser de manière que l'échelle présentât des rapports de volume : cet instrument, dont la construction pourrait être exécutée par les ouvriers les moins intelligens, offrirait dans tous les temps, et avec une extrême facilité, les moyens de déduire les densités par les observations faites sur

les volumes; car dans la proportion $P : \varpi :: VD : \gamma\delta$, substituant H et h pour V et γ, on a $P : \varpi : HD : h\delta$; donc $\frac{P}{D} : \frac{\varpi}{\delta} :: H : h$; mais, comme le poids de l'instrument est constant, on a $P = \varpi$; d'où $H : h :: \frac{1}{D} : \frac{1}{\delta}$; ainsi $D = \frac{h\delta}{H}$, et la densité de l'eau δ étant supposée l'unité, on aura la densité du corps $D = \frac{h}{H}$; transformation extrêmement simple, puisqu'elle se réduit à diviser la hauteur de la tige plongée dans l'eau par celle de la tige plongée dans le liquide dont on cherche la densité.

418. Pour prendre la densité des gaz, on fait le vide dans un ballon, et on le pèse; supposant le poids $= \Pi$, on l'emplit d'un gaz quelconque, pours lors son poids $= P'$; donc le poids du gaz $P = P' - \Pi$. On remplit ensuite le ballon d'eau distillée, et son poids $= P''$; donc le poids d'un volume d'eau $\varpi = P'' - \Pi$; ainsi l'équation générale $D = \frac{P}{\varpi}$ devient

$$D = \frac{P' - \Pi}{P'' - \Pi}.$$

Résumé.

419. Il résulte de ce que nous venons d'exposer dans les deux paragraphes précédens sur la *pesanteur relative* et la *pesantenr spécifique* que la

première s'obtient par le moyen de balances et d'un étalon, qui, en France, est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée à la température de 4°, 5 du thermomètre décimal; que les balances ordinaires s'équilibrent avec des poids égaux, et les balances romaines avec des poids inégaux; que la pesanteur spécifique est le rapport du poids des corps sous des volumes égaux, et que l'eau distillée à 15 $^{deg.}$ a été prise pour unité de densité à laquelle tous les autres corps sont comparés; qu'ainsi la densité d'un corps est égale au poids de ce corps divisé par celui d'un même volume d'eau; que toutes les opérations faites pour obtenir les pesanteurs spécifiques ont pour objet de comparer des poids de volumes égaux, des corps et de l'eau; que, dans cette comparaison, la différence dans le volume du corps peut donner des densités inégales de la même substance; qu'enfin on peut, aux aréomètres qui mesurent directement la densité, substituer des instrumens propres à mesurer le volume sous un même poids, et, en divisant le volume du corps par celui de l'eau sous un même poids, ou, ce qui revient au même, la hauteur du tube plongé dans les deux liquides, on peut transformer les rapports des volumes sous des poids égaux en ceux des densités.

XIe LEÇON.

DE LA GRAVITÉ.

DES MASSES DES PLANÈTES, ET DE LA PESANTEUR A LEURS SURFACES.

§. XLVII.

De la Gravité.

420. On appelle gravitation ou pesanteur universelle la tendance qu'ont tous les corps à se porter les uns vers les autres : cette propriété générale est démontrée par le mouvement des planètes autour du soleil, et celui des satellites autour de leurs planètes ; par la cohésion des molécules qui composent les planètes et les satellites, lesquelles, en vertu du mouvement de rotation qu'ont ces corps, devraient se disperser dans l'espace ; par la forme sphérique que prennent les gouttes de liquide sur la surface de la terre ; par la cohésion des molécules dans les solides, et enfin par l'affinité que toutes les molécules ont les unes pour les autres, affinité employée par les chi-

mistes, soit pour décomposer un grand nombre de substances, soit pour former des composés nouveaux.

La gravitation paraît suivre une loi constante ; par-tout où il a été possible de déterminer la marche de cette loi, on a trouvé que cette force agit en raison directe des masses, et inverse des carrés des distances. On peut prouver cette loi par le mouvement des corps de deux manières, 1° en comparant la vîtesse de la chûte des corps sur la surface de la terre, 2° en comparant la vîtesse des planètes et des satellites autour de leur centre de mouvement.

§. XLVIII.

De la Détermination de la Loi de la Gravitation par la comparaison de la chûte des corps sur la surface de la Terre.

421. On peut trouver cette loi, soit par la comparaison de la pesanteur des corps placés à diverses hauteurs, soit par la comparaison de la pesanteur de la lune sur la terre à celle d'un corps placé sur la surface de cette dernière.

422. On a vu (331 et suiv.) que la pesanteur sur la surface de la terre peut être déterminée par la durée des oscillations d'un pendule. Puisque la durée

des oscillations des pendules de même longueur sont réciproques aux racines carrées de la pesanteur qui les anime (394), et que la longueur d'un pendule est au double de la hauteur de laquelle un corps tomberait pendant la durée de ses oscillations comme le carré du diamètre est à celui de la circonférence (393), il s'ensuit que, d'après la détermination de la longueur du pendule qui bat les secondes sur différens points de la terre, on peut comparer l'action de la pesanteur sur ces points ; mais sur chaque point de la surface de la terre la pesanteur étant diminuée par la vîtesse de sa rotation (370), si donc, à la pesanteur observée, on ajoute la diminution occasionnée par la rotation, qui, à l'équateur, est de $\frac{1}{289}$ environ de la pesanteur aux pôles, et qui, sur les autres points, est égale au produit de $\frac{1}{289}$ multiplié par le carré du cosinus de latitude, on aura la gravité. Et si l'on comparait alors la gravitation à diverses hauteurs sur la surface de la terre, on trouverait qu'elle serait réciproque au carré de sa distance au centre de la terre si l'attraction était dirigée vers un seul point ; mais, comme elle doit être composée de celle de toutes les molécules de la terre, ainsi que Laplace l'a démontré, et que les hauteurs dont on peut faire usage sont trop petites pour mesurer celle-ci, il s'ensuit que cette loi doit, sur la surface de la terre, être déterminée d'une autre manière.

423. La lune ayant un mouvement périodique

autour de la terre (199), et la durée de son mouvement sidéral étant de 27.jours 32166″ (201), si elle n'était retenue vers la terre par l'action de sa pesanteur, elle devrait s'écarter sans cesse du centre de cette planète : comme dans toute sa révolution elle parcourt sensiblement le même orbe, il s'ensuit que sa force centripète ou sa pesanteur fait équilibre à sa force centrifuge; on peut donc, par la vîtesse du mouvement de la lune, connaître sa gravitation vers la terre, la comparer à celle des corps sur la surface de notre globe, et en déduire la loi de la gravitation des corps à la surface de cette dernière.

424. La force qui écarte, à chaque instant, la lune L, fig. 158, de la tangente LB de son orbite, lui fait parcourir en une seconde le sinus verse LD de l'arc L*l*. Cet arc est d'environ 1,″4641. La distance de la lune est d'environ 60 diamètres de la terre (204), et sa parallaxe de 10661″. Comme le mouvement de la lune présente de grandes inégalités, il faut, pour avoir un résultat qui soit indépendant de ces inégalités, prendre, pour sa parallaxe moyenne, la partie de cette parallaxe qui n'en est point affectée : cette partie est celle où le carré du sinus de latitude $= \frac{1}{3}$; la parallaxe est là de 10541″; le rayon mené d'un point de ce parallèle au centre de gravité de la terre serait de 6369374mèt., et la distance de la lune $= \frac{6369374.^{\text{mèt.}}}{\sin. 10541''}$. D'après ces données, on trouve

que la force qui sollicite la lune à tomber de L en D ou de l en d, pendant une seconde, $=$ 0$^{\text{mèt.}}$00101727; mais l'action du soleil diminuant la pesanteur lunaire d'environ $\frac{1}{358}$, on a, pour l'expression de la hauteur que la lune parcourt dans une seconde en vertu de sa pesanteur sur la surface de la terre, 0.$^{\text{mèt.}}$00101727 $+ \frac{0,00101727}{358}$ $=$ 0.$^{\text{mèt.}}$00102011.

Dans son mouvement relatif autour de la terre, la lune est sollicitée par une force égale à la somme des masses de la terre et de la lune divisée par le carré de leurs distances mutuelles. Laplace a trouvé, par les phénomènes du flux et du reflux, que la masse de la lune est $\frac{1}{58,7}$ de la masse de la terre; la somme des deux masses est donc de 59,7 de celle de la lune. Pour avoir la hauteur dont la lune tomberait dans une seconde par la seule action de la terre, il faut diminuer l'espace précédent dans le rapport de la masse de la terre $= 58,7$ à la somme des deux masses $= 59,7$; cet espace ainsi diminué $=$ 0.$^{\text{mèt.}}$00102011 $\times \frac{58,7}{59,7} =$ 0.$^{\text{mèt.}}$0010030.

425. On a vu (370) que la pesanteur à l'équateur fait parcourir aux corps, dans la première seconde de leur chûte, 3.$^{\text{mèt.}}$63667 sous le parallèle dont le carré du sinus de latitude $= \frac{1}{3}$; l'espace que les corps

parcourent dans le même temps, en raison de la pesanteur, $=$ 3.$^{\text{mèt.}}$65706. A l'équateur l'attraction de la terre étant moindre que la gravité de $\frac{1}{289}$, sous ce parallèle l'attraction est plus petite que la gravité des $\frac{2}{3}$ de la force centrifuge due au mouvement de rotation à l'équateur ; il faut donc augmenter l'espace que les corps parcourent, à raison de la pesanteur, de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{289} = \frac{1}{433}$; ce qui donne 3.$^{\text{mèt.}}$65706 $+$ $\frac{3.^{\text{mèt.}}65706}{433} =$ 3.$_{\text{mèt.}}$66553 pour la gravité. Si la gravitation agit en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances, il doit s'ensuivre que la gravitation des corps à la surface de la terre, étant exprimée par 3.$^{\text{mèt.}}$66553, doit être à celle de la lune x comme le carré de la distance de la lune à la terre $= d^2$ est au carré du rayon de la terre $= r^2$: donc 3.$^{\text{mèt.}}$66553 : $x : : d^2 : r^2$; mais on a vu que $d = \frac{r}{(\sin.\ 10541'')}$, d'où l'on a 3.$^{\text{mèt.}}$66553 $: x : : \frac{r^2}{(\sin.\ 10541'')^2} : r^2 : : \frac{1}{(\sin.\ 10541'')^2} : 1$;
ainsi $x =$ 3.$^{\text{mèt.}}$66553 $\times \overline{(\sin.\ 10541'')}^2$; cette hauteur, donnée par l'expérience du pendule, diffère peu de celle qui résulte de l'observation directe de la parallaxe; et pour les faire coïncider, c'est-à-dire pour faire $x =$ 0.$^{\text{mèt.}}$0010030, il faudrait diminuer la parallaxe de 6″, et la faire de 10535″; ce qui donnerait 3.$^{\text{mèt.}}$66553 $\times (\sin.\ 10535'')^2 =$ 0.$^{\text{mèt.}}$

0010030, qui ne différerait pas de $\frac{1}{1600}$ de la parallaxe observée à laquelle Laplace croit que l'on doit préférer l'autre.

Résumé.

426. Il suit de ces résultats que, malgré la petite différence des deux parallaxes, on peut conclure que la force principale qui retient la lune dans son orbite est la pesanteur terrestre affaiblie en raison du carré de la distance. Déjà la loi de la pesanteur observée sur les hautes montagnes indiquait cette différence; mais elle était insuffisante pour en démontrer la loi, à cause du peu de hauteur des montagnes relativement à la distance qui existe entre ces deux corps célestes.

§. XLIX.

De la Détermination de la Loi de la Gravitation par la comparaison de la vîtesse des Planètes et des Satellites autour de leur centre de mouvement.

427. La loi de la gravitation peut se déterminer par le mouvement des corps célestes de trois ma-

nières différentes, 1° en comparant les arcs parcourus dans des temps égaux par tous les corps autour de leurs centres de mouvement, 2° par le rapport entre la durée des révolutions et les grands axes des orbes, 3° par les rapports entre les aires décrites par les rayons vecteurs des astres et les tems employés à les décrire.

428. Les planètes qui tournent autour du soleil et les satellites qui tournent autour de leurs planètes ont des durées de révolutions d'autant plus grandes, que les unes et les autres sont plus éloignés de leur centre de mouvement : ainsi, en une seconde, l'arc moyen parcouru par

Mercure est de . . .	0.″ 454704.
Vénus.	0. 177569.
La terre.	0. 109488.
Mars.	0. 058371.
Cérès.	0. 023756.
Jupiter.	0. 009232.
Saturne.	0. 003718.
Uranus.	0. 001303.

Si, par les points U, S, J, C, M′, t, v, m', fig. 159, des arcs parcourus dans une seconde par uranus, saturne, jupiter, cérès, mars, la terre, vénus et mercure, on mène sur les rayons vecteurs de ces planètes les sinus Uu', $S\sigma$, Ji, $c\kappa$, M′ μ, $t\theta$,

$v\gamma'$, $m'm$, l'espace parcouru vers le soleil, en vertu de la pesanteur, dans une seconde de temps, est exprimé par les sinus verse $\mathrm{U}'u'$, $s\sigma$, ji, $c\varkappa$, $\mathrm{M}\mu$, $\mathrm{T}\theta$, $\mathrm{V}\gamma$, $\mathrm{m}m$; et, si l'on compare entre eux ces sinus verse, on trouve que leurs rapports sont sensiblement réciproques aux carrés des distances $\mathrm{U}'\Sigma$, $s\Sigma$, $j\Sigma$, $\mathrm{c}\Sigma$, $\mathrm{M}\Sigma$, $\mathrm{T}\Sigma$, $\mathrm{V}\Sigma$, $\mathrm{m}\Sigma$ de ces planètes au centre du soleil Σ; de manière que, si ces planètes étaient toutes transportées à une même distance du soleil, elles tomberaient toutes vers son centre avec une égale vîtesse.

La pesanteur des satellites vers leur centre de mouvement, déduite du rapport de leurs révolutions, prouve également que la loi de cette pesanteur est en raison inverse du carré de leurs distances.

429. Képler, persuadé qu'il devait exister une loi entre les durées des révolutions et les grands axes des orbes des planètes, chercha ce rapport comme au hasard : il compara, pour cela, les racines et les puissances des nombres qui représentent ces distances et ces durées, et, après plusieurs années de recherches, il compara, en 1618, les *carrés des temps des révolutions avec les cubes des grands axes des orbes de chaque planète*, et il y trouva un rapport constant, lequel est à peu près : : 131410 : 1, si l'on suppose la durée de la révolution exprimée par des jours, et le rayon de la terre par l'unité.

430. De ce que *les carrés des durées des ré-*

volutions sont entre eux comme les cubes des distances moyennes des astres au soleil, il s'ensuit que la pesanteur de chaque corps vers son centre de mouvement est réciproque au carré de sa distance à ce centre, car on a $t^2 :: R^3$; mais on a (388) $V = \frac{2e}{t}$; et dans le mouvement circulaire $2e :: R$; donc $V :: \frac{R}{t}$ et $V^2 :: \frac{R^2}{t^2}$. En mettant à la place de t^2 sa proportionnelle R^3, on a $V^2 :: \frac{1}{R}$. On sait d'ailleurs que la force accélératrice ou la pesanteur $P = \frac{V}{t}$; mais $V :: \frac{R}{t}$, et $t :: \frac{R}{V}$; donc $P :: \frac{V^2}{R}$ et $V^2 :: \frac{1}{R}$, d'où $P :: \frac{1}{R^2}$: ainsi, de ce que l'observation établit que les carrés des temps de révolutions sont proportionnels aux cubes des grands axes, il s'ensuit que *la tendance des planètes vers le soleil est réciproque aux carrés des rayons de leurs orbes supposés circulaires*. L'hypothèse des orbes circulaires n'est pas, il est vrai, rigoureuse; mais, le rapport constant des *carrés des temps des révolutions aux cubes des grands axes des orbes des planètes* étant indépendant des excentricités, il est naturel de penser qu'il subsisterait encore dans le cas où ces orbes seraient circulaires : ainsi *la loi*

de la pesanteur vers le soleil, réciproque au carré des distances, est clairement démontrée.

431. Indépendamment de la loi du mouvement des planètes énoncée (430), Képler en a trouvé deux autres, qui ont été rapportées (129, 130, 302, 305); la première, que *le mouvement des planètes se fait toujours dans un orbe elliptique*; la seconde, que *leur vîtesse angulaire est réciproque au carré de leurs rayons vecteurs*; de là, que *les secteurs décrits par ces rayons sont proportionnels aux temps* : c'est de la première loi que l'on a déduit que, dans toutes les parties de l'orbe, la gravitation est en raison inverse du carré des distances.

Ce résultat se démontre facilement pour les deux extrémités du grand axe de l'orbe de la planète; car, au périhélie P, fig. 160, où la vîtesse est la plus grande, et à l'aphélie A, où la vîtesse est la plus petite, les arcs de l'ellipse sont semblables, puisqu'ils sont formés par les rayons osculateurs SP, CA, égaux : ainsi les forces centrifuges qui font équilibre à l'attraction sont comme le carré des vîtesses (331), d'où l'on tire $F :: V^2$; mais, d'après la loi de Képler, les secteurs DSB, FSH, décrits dans le même temps, sont égaux, et les secteurs sont égaux à leurs arcs multipliés par leurs distances aux centres de leurs mouvemens. Faisant les deux arcs $DB = a$, $FH = A$; les distances $SA = d$, et $SP = D$, on a $DSB = ad$, et $FSH = AD$; et, comme, d'après

la loi de Képler, $ad = AD$, il s'ensuit que l'on a $A : a :: \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$; donc les arcs sont réciproques aux distances, et $A^2 :: \frac{1}{D^2}$; mais les arcs sont comme les vîtesses $A^2 :: V^2 :: \frac{1}{D^2}$, et les carrés des vîtesses, lorsque les rayons sont égaux, sont comme les forces centrifuges, c'est-à-dire comme la gravitation ou la pesanteur qui lui fait équilibre ; d'où il suit que $P :: \frac{1}{D^2}$.

On voit que ce résultat n'est démontré ici que pour le périhélie et l'aphélie des planètes ; mais Newton, ayant examiné ce problême d'une manière plus générale, a trouvé que, lorsqu'une force dirigée vers le foyer d'une ellipse fait parcourir cette dernière à un projectile, cette force est réciproque au carré du rayon vecteur ; d'où il suit que, dans toutes les parties de l'orbe elliptique d'une planète, la gravitation est réciproque au carré du rayon vecteur.

432. On peut s'assurer, par l'analyse, que non seulement l'ellipse, mais encore toute section conique, peut être décrite par un astre en vertu de la force qui retient les planètes dans leurs orbites : ainsi une comète pourrait se mouvoir dans une hyperbole ; mais elle ne serait visible qu'une fois, et, après son apparition, elle s'éloignerait en se portant au-delà du système solaire, et s'approcherait d'un nouveau soleil

pour s'en éloigner encore, et parcourir ainsi les divers systèmes répandus dans l'immensité des cieux. Laplace croit qu'il peut exister des corps semblables, mais que leur apparition doit être fort rare, et que l'on ne doit observer le plus souvent que des comètes, qui, mues dans des orbes rentrans, reviennent à des intervalles plus ou moins longs dans les régions de l'espace voisin du soleil.

433. Les satellites tendent également vers le soleil: si la lune n'était pas soumise à son action, elle finirait par abandonner la terre. Si les satellites de jupiter n'étaient pas sollicités vers le soleil, ils offriraient des inégalités que l'observation ne fait pas appercevoir: ainsi tout, dans le système solaire, est soumis à l'action de cet astre; et, le système entier d'une planète et de ses satellites étant emporté d'un mouvement commun, les satellites se meuvent autour de la planète à peu près comme si celle-ci était en repos.

Résumé.

434. Il résulte de ce que l'on vient d'exposer sur la gravitation, qui est cette force par laquelle les corps se portent les uns vers les autres, et qui les affecte tous de la même manière, que la loi générale de son action est en raison directe des masses, et inverse du carré des distances, et que cette loi est démontrée, 1° par la pesanteur observée, et comparée sur le som-

met et au pied des hautes montagnes; 2° par la chûte des corps à la surface de la terre, comparée à celle de la lune; 3° par la comparaison des arcs parcourus dans le même temps par toutes les planètes autour du soleil, et par ceux des satellites autour de leur planète; 4° par les rapports des carrés des temps des révolutions aux cubes des grands axes des orbites de chaque planète; 5° par la proportion constante entre les aires décrites par les rayons vecteurs de chaque planète et les temps employés à les décrire; 6° par le mouvement des astres dans un orbe elliptique, et la direction de leur pesanteur vers un des foyers de l'ellipse, toutes les sections coniques jouissant de la même propriété : ainsi ce qui détermine le mouvement des corps célestes, dit Laplace, n'est pas une de ces causes vagues, impossible à soumettre à l'analyse, et que l'imagination modifie à son gré pour expliquer les phénomènes. La loi de la pesanteur universelle a le précieux avantage de pouvoir être réduite au calcul, et d'offrir, dans la comparaison de ses résultats aux observations, le plus sûr moyen d'en constater l'existence. Cette grande loi de la nature représente tous les phénomènes célestes jusque dans leurs plus petits détails; il n'y a pas une seule de leurs inégalités qui n'en découle avec une précision admirable : elle a donné la cause de plusieurs mouvemens singuliers entrevus par les astronomes, mais qui, trop compliqués ou trop lents, n'auraient pu être

déterminés par l'observation qu'après un grand nombre de siècles.

§. L.

De la Masse des Planètes, de leur Densité, et de la Pesanteur à leur surface.

435. La masse des planètes peut être déterminée de quatre manières, 1° par la vîtesse d'un astre autour du soleil, comparée à celle d'un satellite autour de la planète dont on veut déterminer la masse; 2° par la vîtesse d'une planète, comparée à la pesanteur observée à sa surface; 3° par le changement séculaire que les planètes produisent dans les élémens du système solaire; 4° par la comparaison du volume, en supposant la densité proportionnelle aux moyennes distances.

Laplace a déterminé, par la première méthode, les masses de jupiter, saturne et uranus; par la seconde, la masse de la terre; par la troisième, les masses de vénus et de mars; et par la quatrième, la masse de mercure.

436. La première méthode est fondée sur ce théorème : La masse du soleil est à celle de la planète, comme le cube du grand axe de l'orbe d'un astre qui tourne autour du soleil, divisé par le carré de sa révolution sidérale, est au cube du grand axe de

l'orbe du satellite qui tourne autour de la planète, divisé par le carré de sa révolution sidérale. Si M est la masse du soleil, R le grand axe de l'orbe de l'astre qui tourne autour de lui, T la durée de sa révolution, *m* la masse de la planète, *r* le grand axe de l'orbe de son satellite, *t* le temps de sa révolution sidérale, on a $M : m :: \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$. En effet, on a vu (388) que $P :: \frac{V}{T}$ et $V :: \frac{R}{T}$, d'où $P :: \frac{R}{T^2}$; on a vu aussi (431) que $P :: \frac{1}{R^2}$; donc $P : p :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2} :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$: d'où $P : p :: \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$; mais, à des distances égales, les masses sont comme les pesanteurs; donc $M : m :: \frac{R^3}{T^2} : \frac{r^3}{t^2}$. D'après cela, pour avoir la masse d'une planète, tout se réduit à connaître la masse du soleil, sa distance à l'astre, la durée de la révolution sidérale de l'astre, la distance du satellite à sa planète, et la durée de sa révolution sidérale.

437. Pour appliquer ce théorème à la planète de jupiter, et comparer sa masse à celle du soleil, il faut observer que le rayon de l'orbe du quatrième satellite de jupiter JS, fig. 161, est vu du soleil Σ sous un angle J Σ S de 1530″,86. Du point *t*, distant de jupiter d'une quantité *t*J égale au rayon moyen de

la terre T Σ, il est vu sous un angle J t S de 7946″,75 : ainsi la distance J S du satellite à jupiter est à la distance J t = T Σ de la terre au soleil, comme le sinus de l'angle JtS est au sinus de l'angle J S t, ou comme 7946″,75 est à 636619″,8. La durée de la révolution sidérale de ce satellite est de 16.^{jours}68900″, et celle de la terre de 365^{jours} 25640″; donc la masse du soleil est à celle de jupiter : : $\frac{(636619'',8)^3}{(365^{\text{j.}}\,25640'')^2}$: $\frac{(7964'',75)^3}{(16^{\text{j.}}\,68900'')^2}$: : 1 : $\frac{1}{1066,08}$; et, comme la force qui retient jupiter dans son orbite est la somme des attractions de jupiter et du soleil, il faut augmenter le dénominateur d'une unité, et alors la masse de jupiter est $\frac{1}{1067,08}$ de celle du soleil.

C'est par ce moyen que Laplace a trouvé que la masse du soleil étant = . . . 1.

Celle de jupiter = . . . $\frac{1}{1067,08}$.

Celle de saturne = . . . $\frac{1}{3359,40}$.

Celle d'uranus = ... $\frac{1}{19504}$.

438. La seconde méthode consiste à déterminer quelle distance T θ, fig. 162, une planète parcourt dans une seconde vers le soleil S, par la comparaison de sa vîtesse sidérale au rayon moyen de son orbe T S. Ayant trouvé, par l'expérience, quelle distance $c\,a$

un corps c abandonné à lui-même parcourt dans un temps donné vers la surface d'une planète T, on peut, d'après la loi d'attraction en raison inverse du carré des distances, déterminer quel espace $\gamma \alpha$ il parcourrait dans le même temps vers la planète s'il en était à une distance T γ égale à celle TS de la planète au soleil. Comme, à distance égale, l'attraction est en raison des masses, on aura la masse de la planète, comparée à celle du soleil, par le rapport entre la vitesse de la chûte du corps et celle de la planète.

Si la terre T parcourt autour du soleil, dans une seconde, l'arc TD, on aura TD est à la circonférence TDAFT, comme le temps t employé à parcourir l'arc est au temps T employé à parcourir la circonférence : donc, faisant l'arc $= a$, la circonférence $= c$, on a $a : c :: t : T$; d'où $\frac{a}{t} = \frac{c}{T}$, et $a = \frac{ct}{T}$; mais $c = D \times \frac{355}{113}$, $t = 1''$ et $T = 365.25638''$; donc $a = D \times \frac{355}{113} \times \frac{1}{365.25638}$; et, comme (369) le sinus verse d'un arc $= \frac{a^3}{D}$, et que T θ est le sinus verse que la la planète décrit, il s'ensuit que $T\theta = \frac{1479565}{10^{20}}$; c'est la quantité dont la terre tombe vers le soleil, dans une seconde, en vertu de son mouvement relatif autour de cet astre. Sous le pa-

rallèle ou le rayon terrestre $= \frac{1}{3}$, le sin. verse est de 6369374 mèt., et la pesanteur y fait tomber les corps de 5 mèt. 66553 en une seconde. Comme la parallaxe du soleil $= 27'',2$, la pesanteur des corps vers le centre de la terre, à une distance égale à la distance moyenne du soleil à la terre, $= 3^{\text{mèt.}}66553 \times \frac{(\sin. 27''2)^3}{6369374} = \frac{4.48855}{10^{20}}$. Si de la pesanteur de la terre vers le soleil, formée de la somme des masses, on retranche celle de la terre, on aura celle du soleil $= \frac{1479565}{10^{20}} - \frac{4.48855}{10^{20}} = \frac{147956o,5}{10^{20}}$: ainsi la masse du soleil est à celle de la terre : : 147956o,5 : 4.48855 : : 32963o : 1 ; donc la masse de la terre, déduite de cette méthode, $= \frac{1}{329630}$ de celle du soleil.

439. Les masses de vénus et de mars ont été déterminées par la troisième méthode, c'est-à-dire par les changemens séculaires que l'action des corps produit dans le système solaire. Laplace a conclu les masses de vénus et de mars de la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique supposée de 154'',3, et de l'accélération du moyen mouvement de la lune, en la fixant à 34'',36 pour le premier siècle. La masse du soleil étant repésentée par l'unité, celle de mars $= \frac{1}{1846082}$, et celle de vénus $= \frac{1}{383137}$.

440. Ne pouvant appliquer aucune des trois mé-

thodes précédentes à la planète de mercure, Laplace a été obligé de faire usage de la quatrième, qui suppose que la densité de cette planète et celle de la terre sont réciproques à leurs moyennes distances au soleil, hypothèse qui satisfait assez exactement aux densités respectives de la terre, de jupiter et de saturne. La densité de mercure, déterminée par cette méthode, est $\frac{1}{2025810}$ de celle du soleil.

441. On sait que la densité des corps est proportionnelle aux masses divisées par leurs volumes, et que, pour des corps à peu près sphériques, les volumes sont comme les cubes de leurs rayons; en prenant pour rayon des planètes celui qui correspond au parallèle dont le carré du sinus de latitude $= \frac{1}{3}$, lequel se trouve être égal au tiers de la somme du diamètre de l'équateur et du rayon du pôle, et comparant ces densités à celle du soleil supposée $= 1$, on a :

Densité	du soleil.	=	1, 0000.
	de la terre.	=	3, 9393.
	de jupiter.	=	0, 8601.
	de saturne.	=	0, 4951.
	d'uranus.	=	1, 1376.

442. Si les planètes étaient privées de leur mouvement de rotation, la pesanteur à leur surface serait comme leur masse divisée par le carré de leur diamètre apparent vu du soleil; mais, comme elles

jouissent de ce mouvement, il faut diminuer ce poids de la force centrifuge qui en résulte. Les diamètres de la terre et de jupiter étant comme 54″,5 : 626″,29, et les masses : : $\frac{1}{3229630}$: $\frac{1}{1067}$, il s'ensuit que, si la pesanteur à la surface de la terre = 1, elle sera à la surface de jupiter = 2,509; mais la rotation de cette dernière planète doit la diminuer de $\frac{1}{9}$. Les mêmes corps pèseraient, à la surface du soleil, 27,65, et parcourraient 100 mèt. dans la première seconde de leur chûte.

Résumé.

443. Il suit de ce que nous venons d'exposer que la masse des planètes peut être déterminée de quatre manières, 1° par la vîtesse d'un astre autour du soleil, comparée à celle d'un satellite autour de la planète dont on veut déterminer la masse; 2° par la vîtesse du mouvement sidéral d'une planète, comparée à la pesanteur observée à sa surface; 3° par le changement séculaire que les planètes produisent dans le système solaire; 4° par la comparaison des volumes, en supposant les densités réciproques aux moyennes distances au soleil; que c'est par ces quatre méthodes que Laplace a déterminé les masses des corps célestes, savoir :

Du soleil. . . . . $= \frac{1}{1}$.

De mercure. . . . $= \frac{1}{2025810}$.

De vénus. . . . . $= \frac{1}{383137}$.

De la terre. . . . $= \frac{1}{329630}$.

De mars. . . . . . $= \frac{1}{1846082}$.

De jupiter. . . . . $= \frac{1}{1067.09}$.

De saturne. . . . . $= \frac{1}{3359.40}$.

D'uranus. . . . . $= \frac{1}{19504}$.

que les masses de jupiter, saturne et uranus, ont été déterminées par la première méthode, celle de la terre par la seconde, celles de vénus et de mars par la troisième, et celle de mercure par la quatrième; enfin que la densité des planètes est proportionnelle aux masses divisées par les cubes de leurs rayons, et la pesanteur à leur équateur proportionnelle à leurs masses divisées par le carré de leurs diamètres.

APPENDICE

A LA ONZIÈME LEÇON.

DES PERTURBATIONS (1) DANS LE MOUVEMENT DES PLANÈTES, DES COMÈTES, DE LA LUNE ET DES SATELLITES DE JUPITER.

§. LI.

Des Perturbations dans le mouvement elliptique des Planètes.

444. Si les planètes n'obéissaient qu'à l'action du soleil, leur mouvement s'exécuterait dans une ellipse dont la forme serait constante ; mais comme elles exercent les unes sur les autres une action qui donne naissance à des variations dans la courbe qu'elles parcourent, ces variations, qui ont été nommées *perturbations*, sont nécessaires à déterminer, pour

(1) PERTURBATION vient du latin *per*, pour, *turbare*, troubler ; ce sont les troubles, les dérangemens que les planètes se causent réciproquement par leur attraction en tout sens.

avoir des tables exactes du mouvement des planètes; cependant, leur solution surpassant les moyens actuels de l'analyse, on est obligé de s'en tenir à des approximations suffisantes pour la pratique.

445. Les perturbations sont de deux sortes; les unes, qui croissent avec une extrême lenteur, affectent le mouvement elliptique, et ont été nommées *inégalités séculaires;* les autres, dépendant de la position des planètes entr'elles, relativement à leurs nœuds et à leurs périhélies, et redevenant les mêmes, chaque fois que ces positions et ces configurations sont les mêmes, ont été nommées *inégalités périodiques*.

Les inégalités séculaires peuvent être représentées par le mouvement d'un astre fictif F, fig. 163, dans une ellipse AFBGA, dont le grand axe AB serait constant, mais dont la figure AGB, AHB, AIB, etc., varierait insensiblement : les inégalités périodiques pourraient de même être représentées par le mouvement de la planète P autour de cet astre fictif F, dans un très-petit orbe LMNP, dont la nature dépend de ses inégalités périodiques. Les inégalités séculaires doivent changer, à la longue, la forme et la position de tous les orbes.

446. Parmi les inégalités séculaires des planètes, celles de jupiter et de saturne sont les plus considérables. En comparant entr'elles les observations faites depuis le renouvellement de l'astronomie, on

voit que le mouvement de jupiter va en s'accélérant, tandis que celui de saturne retarde. En réunissant les observations modernes, Lambert a remarqué que le moyen mouvement de jupiter retarde sans cesse, tandis que celui de saturne augmente ; ce qui doit porter à croire que ces retards et ces accélérations sont périodiques.

L'accélération du mouvement de jupiter était à son maximum en 1560, et cette planète avait son mouvement moyen en 1700.

447. L'examen analytique de cette accélération et de ce retardement a exercé la sagacité des géomètres les plus célèbres : Laplace, après avoir remarqué que les moyens mouvemens de jupiter et de saturne approchaient beaucoup du point où ils peuvent devenir commensurables, et que cinq fois le mouvement de saturne était, à très peu prés, égal à deux fois celui de jupiter, regarda ces termes comme une cause fort vraisemblable des variations observées dans les moyens mouvemens de ces planètes; il discuta cette idée, la soumit au calcul, et trouva, 1° qu'il existe dans la théorie de saturne une grande inégalité de 9024″, 7 dans son maximum, et dont la période est de 917 ans $\frac{3}{4}$; 2° que le mouvement de jupiter est soumis à une inégalité correspondante, dont la période et la loi sont les mêmes; mais qui, affectée d'un signe contraire, ne s'élève qu'à 5856″, 5 : avant ce beau résultat de Laplace,

on croyait que ces inégalités augmentaient comme les carrés des temps.

448. Le grand axe des ellipses et le moyen mouvement des planètes étant constans, l'inégalité ne peut provenir que de la variation des autres élémens de l'ellipse planétaire; c'est donc de la forme, de la figure des ellipses que ces variations dépendent. Si les formes moyennes des orbes de jupiter et de saturne sont les ellipses A C B J, S K H I, fig. 164, et que l'orbe de jupiter s'aplatisse en E, tandis que celui de saturne se renfle en M, il y aura accélération (1) dans le mouvement de jupiter, et retardement dans celui de saturne. Si, au contraire, l'orbe de jupiter se renfle en D, tandis que celui de saturne s'aplatit en L, il y aura ralentissement du mouvement de jupiter, et accélération de celui de saturne.

449. Les perturbations séculaires et périodiques du mouvement elliptique des planètes présentent trois questions principales, que Laplace a cru devoir examiner : 1° Les ellipses planétaires ont-elles toujours été et seront-elles toujours à peu près circulaires ? 2°. Quelques-unes des planètes n'ont-elles pas été originairement des comètes, dont les orbes ont peu à peu approché du cercle par l'attraction des autres planètes? 3° La diminution de l'obliquité

(1) Accélération vient du latin *acceleratio*, diligence; c'est l'augmentation dans la vîtesse.

de l'écliptique continuera-t-elle au point de faire coïncider l'écliptique avec l'équateur; ce qui produiroit l'égalité constante des jours et des nuits?

450. Laplace a démontré, par l'analyse, que par cela seul que les planètes se meuvent dans le même sens, dans des orbes peu excentriques et peu inclinés les uns sur les autres, les inégalités séculaires sont périodiques et renfermées dans d'étroites limites; en sorte que le système planétaire ne fait qu'osciller autour d'un état moyen, dont il ne s'écarte jamais que d'une petite quantité: ainsi les orbes des planètes ont toujours été et seront toujours à peu près circulaires.

451. D'après ce résultat, il suit qu'aucune planète n'a été primitivement une comète, et que l'écliptique ne coïncidera jamais avec l'équateur, l'étendue de ses variations ne pouvant excéder 3 degrés.

452. L'embarras que les astronomes éprouvent aujourd'hui pour comparer les observations modernes aux anciennes, et celui qu'ils éprouveront par la suite, a engagé Laplace à chercher un moyen simple de déterminer, dans l'espace, un plan invariable, passant par le centre du soleil, auquel on puisse rapporter la position des orbes de toutes les planètes, à chaque époque. Pour cela, si à un instant quelconque, et sur un plan passant par le centre du soleil, on mène des droites aux nœuds ascendans

des orbes planétaires rapportés à ce dernier plan; si l'on prend sur ces droites, à partir du centre du soleil, des lignes égales aux *tangentes* (1) des inclinaisons des orbes sur ce plan; si l'on suppose ensuite aux extrémités de ces lignes des masses proportionnelles aux masses des planètes, multipliées respectivement par les racines carrées du *paramètre* (2) des orbes, et par le cosinus de leur inclinaison; enfin, si l'on détermine le centre de gravité de ce nouveau systême de masses, la droite menée du centre du soleil à ce point, sera la tangente du plan invariable sur le plan donné, et en la prolongeant, au-delà de ce point, jusqu'au ciel, elle y marquera la position de son nœud ascendant: la position de ce plan dépend, à la vérité, de la masse des planètes; mais celle des planètes qui ont le plus d'influence sur cette position est déterminée, et la masse des autres planètes sera bientôt suffisamment connue. En adoptant la valeur des masses des planètes (443), la longitude du nœud ascendant du plan invariable était de 5897″ au commencement

---

(1) TANGENTE vient du latin *tangere*, toucher; c'est une ligne, un plan ou un solide qui touche une ligne, un plan ou un solide en un point.

(2) PARAMÈTRE vient du grec παρα, *contre, dessus*, μετρον, *mesure;* c'est une droite constante dans chacune des trois sections coniques, ou, en général, c'est la constante qui se trouve dans l'équation d'une courbe.

de 1750, et l'inclinaison de l'écliptique sur ce plan était de 1° 7719 à la même époque. Quel que soit le changement arrivé dans l'orbe des planètes, le plan conservera toujours dans le ciel une position parallèle.

453. En vertu du rapport des moyens mouvemens de jupiter et de saturne, la conjonction des deux planètes se fait pendant vingt années consécutives dans le même signe, et dans les vingt années suivantes dans un autre signe, éloigné de huit signes du premier; ensuite, pendant une même période, dans un nouveau signe, également éloigné : les conjonctions ont lieu pendant deux siècles dans ces trois signes, puis elles se font dans trois autres; ainsi lorsque les conjonctions arrivent dans le belier, fig. 165, vingt ans après elles sont dans le sagittaire; vingt ans ensuite, dans le lion; au bout de deux siècles, elles arrivent dans le taureau, le capricorne et la vierge; deux siècles après, elles se font dans les gémeaux, le verseau, la balance; enfin, dans les deux siècles suivans, ces conjonctions s'observent dans l'écrevisse, les poissons et le scorpion.

454. La planète d'uranus, quoique découverte depuis peu de temps, offre déjà des perturbations considérables. Celle de cérès, dont les perturbations ont été calculées par Burckhardt, sont plus considérables encore, à cause de sa proximité de jupiter.

Résumé.

455. Il suit de ces observations que le mouvement elliptique des planètes éprouve deux sortes de perturbations, l'une séculaire, dans la courbure de l'ellipse ; l'autre périodique : que ces deux inégalités peuvent être représentées, la première par une ellipse qui éprouverait des altérations séculaires, et par une petite courbe sur laquelle se mouverait la planète, en même temps que son centre aurait un mouvement régulier sur la première ellipse ; que les plus grandes inégalités remarquées sont dans les planètes de jupiter et de saturne ; que le mouvement de l'une s'accélère, tandis que celui de l'autre retarde ; que ces inégalités dépendent de l'action de la pesanteur des planètes les unes sur les autres, et que ces perturbations sont périodiques ; que les ellipses des planètes ont toujours été et seront toujours à peu près circulaires ; que ces corps célestes n'ont jamais été des comètes ; que l'écliptique n'a qu'un léger mouvement d'oscillation sur l'équateur, dont le plus grand écart ne surpasse pas trois degrés ; que l'on peut, en rapportant la position des orbes des planètes à un plan invariable de position passant par le centre du soleil, retrouver toutes les époques des observations ; que la longitude du nœud ascendant de ce plan était, en 1750, de 114° 3877″, et son inclinaison sur l'écliptique de 1° 7719″ ; qu'en

vertu du moyen mouvement de jupiter et de saturne, leur conjonction a lieu pendant deux siècles consécutifs dans les trois mêmes signes, et qu'elle parcourt, ainsi, de deux en deux siècles, tous les signes du zodiaque; enfin, que l'on a déjà observé des perturbations considérables dans uranus.

§. LII.

Des Perturbations dans le mouvement elliptique des Comètes.

456. Les comètes éprouvent sans doute des inégalités dans leurs mouvemens; ces inégalités peuvent être occasionnées par l'action des planètes connues et inconnues, et par celle des corps dont elles s'approchent. La comète de 1531 à 1607, à 1682, à 1759 (323), a retardé de treize mois dans sa seconde révolution; Halley, d'après une estime vague, jugea que sa troisième révolution devait encore être retardée. Clairaut, soumettant au calcul l'action des planètes de jupiter et de saturne sur cette comète, annonça que l'intervalle du retour serait de 618 jours plus long que celui de la dernière période; conséquemment que ce retour aurait lieu vers le milieu d'avril 1759 : elle passa le 12 mars, c'est-à-dire, un mois plus tôt; ce que Clairaut, lui-même, avait en quelque sorte prévu, en annonçant que, par les petites quantités négligées, le retour pouvait avan-

cer ou retarder d'un mois. A cette époque, Clairaut ne pouvait tenir compte de l'action d'uranus, qui n'était pas encore connue.

457. Les comètes ont été un sujet de terreur dans les siècles d'ignorance; on craint cependant, avec quelque raison, le choc d'une comète et de la terre; et l'on peut, avec assez de vraisemblance, attribuer à une cause semblable le changement de position des eaux, le transport aux pôles des ossemens d'animaux et les empreintes des plantes que l'on ne trouve que sous l'équateur, ainsi que la disparition d'un grand nombre d'espèces d'animaux et de végétaux dont on ne retrouve plus les analogues vivans: c'est aussi par une cause de cette nature que l'on parviendra à expliquer les déluges que les mythologies des divers peuples paraissent indiquer.

458. L'action des comètes sur le système solaire a été jusqu'à présent presqu'insensible; ce qui semble indiquer que leurs masses sont très-peu considérables: il est possible cependant que plusieurs erreurs des tables dépendent de leur action.

459. On a craint que par l'attraction de la terre une comète, passant dans son voisinage, pût être assez attirée pour produire des bouleversemens analogues à ceux dont on retrouve presque par-tout des traces; mais la grande vîtesse de leur marche diminue considérablement la probabilité du choc,

et doit tranquilliser sur les effets qui en seraient la suite.

Résumé.

460. Il résulte de ce que nous venons d'exposer, que le mouvement des comètes éprouve des perturbations occasionnées par l'action de la pesanteur des planètes, dans le voisinage desquelles elles passent; que les grands bouleversemens observés sur la surface de la terre, et ceux dont les traditions conservent le souvenir, peuvent avoir été produits par le choc d'une comète; mais que les probabilités d'un choc semblable étant peu considérables, on doit se tranquilliser sur les événemens de ce genre; enfin, il résulte aussi de cet examen, que la masse des comètes est peu considérable.

§. LIII.

Des Perturbations du mouvement de la Lune.

461. Le mouvement de la lune est celui qui présente le plus d'inégalités, et l'on y distingue quatre perturbations principales.

1° Dans la distance de la lune à la terre, et dans les vîtesses du mouvement angulaire, dépendant de ces distances.

2° Dans son équation séculaire, que l'on a cru

être proportionnelle au carré du nombre de siècles écoulés.

3° Dans son inclinaison sur l'orbe solaire.

4° Dans le mouvement de ses nœuds, de son périgée et de son apogée.

Nous allons examiner séparément les causes et les valeurs de chacune de ces perturbations.

Première Perturbation.

462. La lune étant soumise à l'action du soleil et de la terre, ses distances doivent varier en raison de ces actions; ainsi, lorsque le soleil est plus près de la terre, la lune s'en éloigne davantage; lorsqu'il est plus éloigné, elle s'en rapproche.

463. Si l'attraction de la terre agissait seule sur la lune, ou, ce qui est la même chose, si la distance du soleil était infinie, le mouvement de la lune autour de la terre s'exécuterait dans une ellipse inaltérable ABCD, fig. 166, au foyer de laquelle le centre de la terre serait placé, et dans laquelle son attraction ferait équilibre à la force centrifuge; mais la distance du soleil étant finie, et cet astre agissant à la fois sur la terre et sur la lune, doit, en raison de sa position et de sa distance, faire varier la courbe elliptique, en écartant ou en rapprochant le centre de la lune de celui de la terre.

464. Euler, Clairaut, Dalembert ont cherché à

déterminer par l'analyse le résultat de l'action du soleil et de la terre sur la lune; de là les perturbations qui devaient en résulter : mais comme ce fameux problême des trois corps surpasse les forces de l'analyse, ils n'ont pu le résoudre que par approximation; ils y sont parvenus parce que la distance de la lune à la terre est très-petite, comparée à celle de la terre au soleil, n'étant que d'environ $\frac{1}{400}$, et que de même la masse de la lune est fort petite, comparée à celle de la terre, n'étant que d'environ $\frac{1}{59}$. Quoi qu'il en soit, on peut, sans analyse, rendre raison de l'équation annuelle de la lune, et même de son équation séculaire.

465. Si L B L′C, fig. 167 et 168, est l'orbe que la lune décrit autour de la terre; si cette dernière agit seule sur le satellite, cet orbe variera, par l'action du soleil, dans ses différentes positions par rapport à la terre et à la lune. Dans les syzygies, fig. 167, l'orbe sera alongé $lbl'c$; et dans les quadratures, fig. 168, l'orbe sera rétréci; car si la direction du soleil est en S T, fig. 168, la terre est en T et la lune en L, conséquemment en conjonction avec la terre, le soleil, plus près de la lune que de la terre, l'attirera davantage, et, d'après leur déplacement, la distance $t\ l$, de la lune à la terre, sera plus grande que la distance primitive T L; et si la lune est en L′ et la terre en T, le soleil, plus près de la terre que de la lune, l'attirera davantage; et, après

leur déplacement, la distance $t\,l'$, de la terre à la lune sera plus grande que la distance primitive T L′: de même, si la direction du soleil est en ST, fig. 168, la terre est en T, et la lune en quadrature L ou L′, le soleil, agissant sur ces corps à des distances peu différentes, les attirera à peu près également; mais la direction des attractions étant convergente vers le soleil, la lune après son déplacement en l, ou en l', se trouvera plus rapprochée de la terre en t : d'où il suit, qu'en raison de la position des trois corps, la lune et la terre étant en syzygies ou en quadratures, la lune sera plus éloignée ou plus rapprochée de la terre.

466. Si l'on fait :

$M =$ la masse du soleil,
$m =$ la masse de la terre,
$\mu =$ la masse de la lune,
$D =$ la distance moyenne de la terre au soleil,
$d =$ la distance moyenne de la terre à la lune,
$P =$ la pesanteur moyenne de la terre vers le soleil,
$p =$ la pesanteur moyenne de la lune vers la terre,
$\Pi =$ la pesanteur de la lune dans les syzygies,
$\varpi =$ la pesanteur de la lune dans les quadratures,
T la durée de la révolution sidérale de la terre autour du soleil,
$t =$ la durée de la révolution sidérale de la lune autour de la terre,

on a dans les syzygies, fig. 167, l'attraction de la terre,

lorsqu'elle est en T $= \frac{M}{D^2}$, et l'attraction de la lune, lorsqu'elle est en L', $= \frac{M}{(D-d)^2}$; ainsi la différence des deux attractions $= \frac{M}{D^2} - \frac{M}{(D-d)^2}$ $= M\left(\frac{1}{D^2} - \frac{1}{(D-d)^2}\right) = M\left(\frac{(D-d)^2 - D^2}{D^2(D-d)^2}\right)$; développant, on a M $\frac{(D^2 - 2Dd + d^2 - D^2}{D^2(D-d)^2}$; négligeant d^2 dans le numérateur, et d dans le dénominateur, on a $-M\ \frac{(2Dd)}{D^4} = -\frac{2Md}{D^3}$; dans le cas contraire, lorsque la lune est en L, l'attraction de la lune $= \frac{M}{(D+d)^2}$: donc la différence $= \frac{M}{D^2}$ $- \frac{M}{(D+d)^2} = M\left(\frac{1}{D^2} - \frac{1}{(D+d)^2}\right) = M$ $\left(\frac{(D+d)^2 - D^2}{(D+d)^2 D^2}\right) = M\ \left(\frac{D^2 + 2DA + d^2 - D^2}{(D+d)^2 D^2}\right)$ $= M\ \left(\frac{2Dd + d^2}{(D+d)^2 D^2}\right)$; en négligeant d^2 au numérateur, et d au dénominateur, on a $=$ M $\frac{(2Dd)}{D^4}$ $= \frac{2Md}{D^3}$.

Dans les quadratures, fig. 168, en faisant SL $=$ K, on a pour la pesanteur de la lune vers le soleil $\frac{M}{K^2}$; mais cette force se décompose en deux; l'une

dans le sens de LD, parallèle à ST; l'autre dans le sens de LT : pour avoir cette dernière, que nous appellerons φ, on a $K : d :: \frac{M}{K^2} : \varphi$, d'où $\varphi = \frac{Md}{K^3}$; ainsi, dans les syzygies, on a $\Pi = p - \frac{2Md}{D^3}$; dans les quadratures $\varpi = p + \frac{Md}{D^3}$, et la moyenne des deux actions $= p - \frac{Md}{2D^3}$; donc la pesanteur moyenne de la lune vers la terre, diminuée par l'action du soleil, $= \frac{Md}{2D^3}$; elle est $::$ $\frac{Md}{D^3} = f$; mais $p = \frac{m+\mu}{d^2}$, et $P = \frac{M}{D^2}$; et, à cause de l'action des forces centrales (371), on a $p : P :: \frac{d}{t^2} : \frac{D}{T^2}$ donc $\frac{m+\mu}{d^2} : \frac{M}{D^2} :: \frac{d}{t^2} : \frac{D}{T^2}$; ainsi l'on a $f : p :: \frac{Md}{D^3} : \frac{m+\mu}{d^2} :: \frac{M}{D^2} \times \frac{d}{D} : \frac{m+\mu}{d^2} :: \frac{D}{T^2} \times \frac{d}{D} : \frac{d}{t^2} :: \frac{1}{T^2} : \frac{1}{t^2}$; d'où $f : p :: t^2 : T^2$; donc $\frac{Md}{D^3} : \frac{m+\mu}{d^2} :: t^2 : T^2$; ainsi la variation sur la pesanteur de la lune vers la terre, causée par l'action du soleil, est à la pesanteur de la lune sur la terre $:: t^2 : T^2 = \frac{t^2}{T^2}$; mais $t =$

$27^{j.}\,32166$, et $T = 365^{j.}\,256384$; donc $\frac{t^2}{T^2} =$ $\left(\frac{27,32166}{365,256384}\right)^2 = 2^{\log.}27.32166 - 2^{\log.}365.256384$ $= 2,8731522 - 5,1252042 = -2,2520520 =$ $\frac{1}{179}$ de la pesanteur lunaire, et l'action moyenne, qui en est moitié, $= \frac{1}{358}$.

467. Non seulement la distance de la lune à la terre doit varier par les différentes positions du soleil relativement à la lune et à la terre, mais par rapport à sa distance du soleil : la distance périgée du soleil étant $\frac{1}{60}$ plus petite que sa distance moyenne, la variation dans la grandeur du rayon lunaire, occasionnée par les différentes positions du soleil à la distance moyenne, étant de $\frac{1}{358}$, l'augmentation du rayon vecteur du soleil, de $\frac{1}{60}$, augmente la variation dans le rayon vecteur de la lune de $\frac{1}{20}$.

468. La variation dans la vîtesse angulaire du soleil étant réciproque aux carrés des rayons vecteurs, la différence est double de celle des rayons. La distance périgée du soleil étant plus petite de $\frac{1}{60}$ que la distance moyenne, il s'ensuit que la vîtesse angulaire est de $\frac{1}{30}$ plus grande; de même, la variation dans la distance de la lune à la terre étant $= \frac{Md}{2D^3}$ (466). Si la moyenne distance $= D$, on peut faire la plus grande $= D + K$; ce qui, lorsque le soleil est au périgée, donne pour différence $\frac{Md}{2(D+K)^3} =$

$\frac{Md}{2} \times \frac{1}{(D+K)^3}$; mais $\frac{1}{(D+K)^3} = \frac{1}{D^3+3D^2K+3DK^2+K^3}$; négligeant le K^2, on a $\frac{1}{(D+K)^3} = \frac{1}{D^3+3D^2K}$; mais $\frac{1}{D^3+3D^2K}$, en négligeant le K^2, $= \frac{1}{D^3} - \frac{3K}{D}$; donc, lorsque le soleil est au périgée, son action $= \frac{Md}{2D^3} - \frac{Md}{2D^3}\left(\frac{3K}{D}\right)$; retranchant cette quantité de l'action moyenne $\frac{Md}{2D^3}$, la différence $= \frac{Md}{2D^3}\left(\frac{3K}{D}\right)$; mais $\frac{K}{D} = \frac{1}{60}$, et $\frac{3K}{D} = \frac{1}{20}$; donc l'action du soleil au périgée sur la lune est augmentée de $\frac{1}{20}$. La vîtesse de la lune à une distance moyenne du soleil à la terre étant diminuée de $\frac{1}{179}$, l'action du soleil au périgée étant augmentée de $\frac{1}{20}$, la diminution dans la vîtesse doit être $\frac{1}{179} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{3580}$; ainsi la variation dans la vîtesse du soleil et de la lune, lorsque le soleil est au périgée ou à sa distance moyenne, est $:: \frac{1}{30} : \frac{1}{3580}$; l'équation du centre du soleil étant à l'équation annuelle de la lune comme ces deux nombres, il s'ensuit que l'équation annuelle $= 2398''$; l'observation la donne de $\frac{1}{7}$ environ plus petite, ce qui dépend des quantités négligées dans le calcul.

Seconde Perturbation.

469. On a publié plusieurs tables du mouvement de la lune, déduites des observations des éclipses, et de la position de la lune sur son orbe au moment de ces observations; parmi ces tables, on distingue celles de Ptolémée, corrigées huit siècles après par Albatenius, ainsi que celles que Jbn Junis construisit vers l'an 1000, sur l'ensemble des observations chaldéennes, grecques et arabes. En comparant le mouvement de la lune, déduit de ces tables et des observations modernes, Halley, Dunthorne et Mayer ont remarqué que ce mouvement s'accélérait, et que cette accélération pouvait être représentée en ajoutant, aux longitudes moyennes de la lune, une quantité proportionnelle aux carrés des nombres de siècles écoulés avant et après 1700; Dunthorne et Lalande ont supposé ce nombre de 30,″ 9, Mayer, 21,″ 6 et 27,″ 8. Cette accélération a été de nouveau examinée par Delambre et Bouvard, qui l'ont confirmée par la comparaison d'un grand nombre d'observations anciennes et modernes.

* 470. Cependant les astronomes ne pouvant ni découvrir, ni expliquer la cause de cette accélération, l'ont souvent révoquée en doute; d'autres l'ont attribuée à l'action des comètes, à la résistance de l'éther, à la transmission successive de la gravité;

mais Laplace, ayant de nouveau considéré ce phénomène, a trouvé que « *l'équation séculaire de la lune est due à l'action du soleil sur ce satellite, combinée avec la variation de l'excentricité de l'orbe terrestre.* » C'est dans sa *Mécanique Céleste* qu'il faut voir les preuves de ce théorème.

On conçoit en effet que l'action moyenne du soleil sur la lune diminuant sa vîtesse angulaire de $\frac{1}{179}$ (466); ce coéfficient varie comme le cube de la distance de la terre au soleil : en développant ce cube, on trouve que cette série contient un terme $= \frac{3}{2}$ du carré de l'excentricité de l'orbe terrestre: si l'excentricité de cet orbe était constante, ce terme se confondrait avec la vîtesse moyenne angulaire de la lune; mais sa variation, quoique très-petite, a une influence sensible sur le mouvement de la lune, et l'accélère tant que l'excentricité diminue. Lorsque la diminution sera arrivée à son maximum, l'excentricité augmentera, et la vîtesse diminuera.

471. Tant que la diminution du carré de l'excentricité de l'orbe terrestre pourra être proportionnelle aux temps, la lune croîtra sensiblement comme le carré des temps, et il suffira de multiplier 34",357 par le carré du nombre de siècles écoulés depuis 1700; mais lorsque cette proportion n'aura plus lieu, il faudra employer d'autres termes.

472. La diminution dans l'excentricité de l'orbe

terrestre, qui influe directement sur sa vîtesse autour du soleil, paraît ne pas avoir sensiblement altéré l'équation du centre du soleil ; puisque, depuis l'éclipse la plus ancienne, cette diminution n'a pas produit 15″ d'altération, tandis que la longitude moyenne de la lune a varié de $2^{deg.}$, et son *anomalie* (1) moyenne de $9^{deg.}$.

Troisième Perturbation.

473. Le soleil agissant sur la lune, en raison de l'inclinaison de son orbe, et l'orbe terrestre variant d'inclinaison sur l'équateur terrestre, on pourrait croire que l'orbe lunaire devrait varier aussi, et produire des inégalités séculaires provenant de ces variations ; mais l'orbe lunaire étant, par l'action du soleil, ramené sans cesse à la même inclinaison sur l'orbe terrestre, et n'ayant sur cet orbe qu'un mouvement d'oscillation, les perturbations qui résultent de cette action sont assujetties aux déclinaisons du soleil sur la terre.

Quatrième Perturbation.

474. Le mouvement de la lune éprouvant une

(1) ANOMALIE vient du grec *αγα*, *sans*, *ὁμαλοσ*, *égal*, c'est-à-dire *inégalité ;* c'est ici la distance d'une planète au sommet du grand axe de son orbite. C'est cette distance qui règle son inégalité.

variation séculaire, Laplace a été conduit à conclure que le mouvement des nœuds et celui du périgée éprouvaient des variations analogues : le résultat d'une analyse délicate et épineuse lui a donné une équation séculaire soustractive de la longitude moyenne du périgée = 3, 3 du mouvement séculaire de la lune : ainsi, pendant que la longitude de la lune avance de 10, celle du périgée diminue de 33 ; il a même trouvé, dans le mouvement des nœuds sur l'écliptique vraie, une équation séculaire additive à leur longitude moyenne = 0, 7 de l'équation séculaire du moyen mouvement de la lune : ainsi le mouvement des nœuds, qui se fait en sens contraire de celui de la lune, se ralentit de 7 lorsque celui de la lune augmente de 10, et les rapports des variations séculaires de ces trois mouvemens sont constamment :: 33 : 7 : 10.

475. Ces variations sont périodiques comme l'excentricité de l'orbe terrestre ; elles ne se rétabliront qu'après des millions d'années ; elles altèrent les périodes imaginées pour embrasser, par des nombres entiers, les révolutions *lunisolaires*.

476. La théorie de la pesanteur se trouvant ainsi vérifiée relativement aux équations séculaires des mouvemens du périgée et des nœuds de la lune, on peut les faire entrer dans la construction des tables. Les astronomes, n'ayant point eu égard à ces équations, ont nécessairement assigné un mouvement

trop petit à la lune. Bouvard a trouvé, par une nouvelle discussion, que le mouvement séculaire du périgée des tables de la lune, insérées dans la troisième édition de l'Astronomie de Lalande, devait être augmenté de 15″.

Résumé.

477. Il suit de ce que nous venons d'exposer sur les perturbations du mouvement de la lune, que ce satellite a quatre perturbations principales; 1° dans sa distance à la terre, qui est telle, qu'à une distance moyenne du soleil, son mouvement est altéré de $\frac{1}{179}$ des quadratures aux syzygies, et qu'il est altéré de $\frac{1}{3580}$ dans le mouvement de terre du périhélie à l'aphélie; 2° dans l'équation séculaire de la lune, qui dépend de la variation dans l'excentricité de l'orbe terrestre, variation que l'on a cru devoir être proportionnelle aux carrés des nombres de siècles écoulés, et que Laplace a trouvé devoir être périodique comme l'augmentation dans l'excentricité de la terre; 3° dans l'inclinaison de l orbe lunaire sur l'orbe terrestre, qui, n'éprouvant qu'une oscillation, et qui, étant sans cesse ramené par l'action du soleil à une inclinaison donnée, n'a qu'une très-courte période; 4° dans le mouvement du périgée et des nœuds de l'orbe lunaire, variation assujettie également à celle de l'excentricité de l'orbe

terrestre, et dont le rapport avec la variation dans la vîtesse lunaire est : : 53 : 7 : 10, la vîtesse du périgée et des nœuds diminuant, tandis que celle de la lune augmente; enfin que la théorie de la pesanteur se trouve vérifiée dans le mouvement de la lune, jusque dans ses perturbations.

§. LIV.

Des Perturbations des Satellites de Jupiter.

478. L'observation a prouvé que l'action du second satellite de jupiter sur le premier, produit, dans le mouvement de celui-ci, une inégalité proportionnelle au sinus du double de la différence de longitude des deux satellites; ce qui, dans la fig. 169, deviendrait = sin. 2 (A J 1 — A J 2), et l'équation de cette inégalité = 5258″ X sin. 2 (A J 1 — A J 2).

Le second satellite a une inégalité produite par l'action du premier, dont l'équation = — 11923″ X sin. (A J 1 — A J 2).

Le troisième satellite a une inégalité = — 827″ X sin. (A J 2 — A J 3).

479. Ces inégalités résultent de l'attraction que les satellites exercent les uns sur les autres : en effet, soit $11'df$, fig. 170, l'orbe que parcourt le premier satellite de jupiter; en vertu de l'action de cette planète,

l'attraction du second doit, dans les conjonctions et dans les oppositions, l'en éloigner, et l'en rapprocher au contraire dans les quadratures : ainsi la courbe décrite en vertu de l'action du second satellite placé en 2 doit être *abc*; en *b* la vîtesse est plus grande qu'en 1′; en *a* elle est plus petite qu'en 1 : ainsi, quoique le satellite puisse mettre à peu près le même temps à parcourir l'arc *ab* que l'arc 11′, par la différence dans sa vîtesse, il devancera d'abord sur la première courbe celui qui se mouverait sur la seconde, et, son mouvement diminuant, ils seront en même temps en conjonction, en quadrature et en opposition. La plus grande différence dans les écarts est à 50, 150, 250, 350 deg.; le sinus du double de ces angles est égal au rayon, conséquemment le plus grand possible. Ces satellites étant sur la même droite aux quadratures et aux syzygies, conséquemment aux angles de 100, 200, 300, 400 deg., et les sinus du double de ces angles étant nuls, on peut en conclure que cette inégalité est proportionnelle au double de l'excès de la longitude moyenne du premier satellite sur le second ou de l'angle à jupiter des deux satellites.

480. Le premier satellite agit de même sur le second. Si la courbe 2, 2′, 2″, 2‴, fig. 171, était l'orbe que dût parcourir le second satellite en vertu de l'action seule de jupiter, le premier satellite, agissant continuellement sur lui, diminuerait tellement le rayon de l'orbe, que, dans les conjonctions, ce se-

cond satellite serait plus près de jupiter que dans les quadratures, et plus encore dans les dernières que dans les oppositions; ainsi la vîtesse la plus grande serait dans les conjonctions, la plus petite dans les oppositions, le plus grand écart ou la plus grande variation dans les quadratures : or, le sinus de l'angle, dans les quadratures, est le plus grand possible, puisqu'il est le rayon; il est nul dans les oppositions et dans les conjonctions; donc l'inégalité est proportionnelle au double de l'angle à jupiter des deux satellites; ainsi elle est proportionnelle à la différence des longitudes.

481. Mais le second satellite est dérangé par l'action du troisième, comme le premier l'est par celle du second, en même temps qu'il est dérangé par l'action du premier. La variation par l'action du troisième satellite est proportionnelle au double de la différence de la longitude du troisième et du second ; par l'action du premier, la variation est proportionnelle à la différence des longitudes des satellites; et, cette différence des longitudes étant l'angle de ces satellites à jupiter, il s'ensuit qu'appelant *m* la constante qui multiplie le rapport de variation exercé par le troisième satellite sur le second, et *n* celle qui multiplie le rapport de variation exercé par le premier sur le second, l'équation de la variation du second satellite est, fig. 169, m(sin. 2(3 J 2) —n, sin. (2 J 1), résulta qui est conforme à l'expérience.

482. On a vu (293) que les révolutions des trois premiers satellites sont :

1er	$1,^{jour}$	769 . . .
2^e	3,	551 . . .
3^e	7,	154 . . .

ainsi leurs vîtesses sont à peu près : : $\frac{1}{177}$: $\frac{1}{355}$: $\frac{1}{715}$ ou : : 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$; d'où il suit que trois fois la vîtesse du second égale la vîtesse du premier, plus le double de la vîtesse du troisième, car $\frac{3}{2} = 1 + \frac{2}{4}$.

483. Soit la longitude du premier satellite 1 J A, fig. 169, $= a$; celle du troisième 3 J A $= c$; celle du second 2 J A $= b$ la longitude du premier, plus deux fois celle du troisième, plus trois fois celle du second ; ayant été une fois égale à une constante d, qui est sensiblement la demi-circonférence du cercle, cette constante doit être la même dans tous les temps.

Si donc on a $a + 2c - 3b = d$, les vîtesses a, b, c étant : : 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$ (482), il s'ensuit que, si a avance d'une quantité m, b avancera de $\frac{m}{2}$, et c de $\frac{m}{4}$; donc les positions seront $a + m + 2\left(c + \frac{m}{4}\right) - 3\left(b + \frac{m}{2}\right)$; mais $a + 2c - 3b = d$, et $m + \frac{2m}{4} - \frac{3m}{2} = 0$; donc $a + m + 2\left(c + \frac{m}{4}\right) - 3\left(b + \frac{m}{2}\right) = d$.

484. De ce que la longitude du premier satellite, plus deux fois celle du troisième, moins trois fois celle du second, égale deux angles droits (483), il s'ensuit que jamais les trois satellites ne pourront être éclipsés à la fois.

485. Les mouvemens des trois premiers satellites sont réguliers et durables, ainsi que l'on s'en est assuré par les comparaisons d'un grand nombre d'observations éloignées; ces rapports peuvent n'avoir pas été exacts à l'origine, mais leur action mutuelle l'a établie : Laplace croit cependant qu'il peut y avoir des variations provenant de l'inexactitude du rapport des vîtesses à l'origine, variations assez peu considérables pour n'avoir pas encore été apperçues, et qu'il a désignées sous le nom de libration.

486. Les satellites de jupiter sont assujettis à des variations séculaires semblables à celles de la lune; mais, de même que les variations dans leurs mouvemens se coordonnent, les variations séculaires doivent se coordonner, de manière que l'équation séculaire du premier satellite, plus deux fois celle du troisième, égale trois fois celle du second.

487. Les *périjoves* (1) des orbes des satellites de jupiter ont un mouvement semblable aux périhélies des orbes des planètes, au périgée de l'orbe de la lune.

Celui du quatrième est de 7852″; sa longitude, en 1700, était de 159″,43.

Celui du troisième est de 29776″; sa longitude, à la même époque, était de 194″,11.

---

(1) Périjove vient du grec περι, *près*, et du latin *Jovis*, Jupiter; c'est la plus courte distance des satellites de jupiter à la planète autour de laquelle elles tournent.

En 1684 les périjoves coïncidaient, en 1775 ils étaient opposés.

488. Les orbes des quatre satellites de jupiter sont plus ou moins inclinés sur l'orbe de cette planète ; l'action mutuelle des satellites fait varier ces inclinaisons, et ces variations peuvent être rapportées à des plans fixes passant par l'intersection J, fig. 172, des plans de l'équateur $e e'$ de jupiter sur son orbe J A. Le calcul et l'observation donnent pour l'inclinaison de l'équateur sur l'orbe 34444″.

L'orbe du premier satellite J 1 est incliné sur l'équateur de 22″.

Le plan J a, sur lequel se meut l'orbe du second satellite J 2, est incliné de 221″ à l'équateur, et l'orbe J 2 est incliné sur ce plan de 6182″.

Le plan J b, sur lequel se meut l'orbe du troisième satellite J 3, est incliné de 1030″ à l'équateur, et l'orbe est incliné sur ce plan de 2244″.

Le plan J c, sur lequel se meut l'orbe du quatrième satellite J 4, est incliné de 4630″ à l'équateur, et l'orbe est incliné sur ce plan de 2272″.

489. Les nœuds de l'orbe du premier satellite, ainsi que ceux des trois plans sur lesquels ils se meuvent, coïncident avec les nœuds de l'équateur ; mais, les orbes des satellites se mouvant sur ces plans, leurs nœuds y ont un mouvement rétrograde.

La longitude des nœuds du second satellite sur ce plan était, en 1700, de 179°,5186″ ; son mouve-

ment rétrograde annuel est de 13°,3458, et sa période de trente ans.

La longitude du nœud des quatre satellites sur ce plan était, en 1700, de 153°,5185″; son mouvement rétrograde annuel est de 7519″, et sa période de cinq cent trente-deux ans.

Tous les plans fixes sur lesquels les satellites se meuvent sont eux-mêmes entraînés par l'équation de jupiter dans son mouvement; la longitude de ses nœuds était, en 1700, de 347°,8519″; son mouvement annuel est de 6″; sa période est de plus de six cent mille ans : ce mouvement doit faire varier l'inclinaison des orbes par rapport à celui de jupiter.

490. Pour établir les tables de jupiter il a fallu connaître la pesanteur de ses satellites. Cinq données de l'observation sont nécessaires pour déterminer ces quatre inconnues; celles dont Laplace a fait usage sont: les deux inégalités principales du premier et du second satellite, la période des variations de l'inclinaison de l'orbe du second satellite, l'équation du centre du troisième, qui se rapporte au périjove du quatrième.

En prenant la masse de jupiter pour unité, Laplace a trouvé que les pesanteurs étaient :

1er satellite.	0. 0000172011.
2e	0. 0000237103.
3e	0. 0000872128.
4e	0. 0000544681.

On rectifiera ces valeurs quand la suite des temps aura fait connaître les variations séculaires des orbes de ces satellites.

491. En faisant usage de ces mêmes données, Laplace a trouvé que le rapport des deux axes de jupiter est de 0,93041; ce rapport, mesuré plusieurs fois, a donné pour moyenne entre toutes les mesures $\frac{13}{14} = 0,919$, quantité qui ne diffère pas sensiblement; mais, en considérant la grande influence de l'aplatissement de jupiter sur le mouvement des nœuds et des périjoves des satellites, on voit que le rapport des axes de jupiter est donné par les observations des éclipses plus exactement que par les mesures les plus précises.

492. Le mouvement des satellites de jupiter étant mieux connu qu'à l'époque où Bradley s'en est servi pour déterminer la vîtesse de la lumière, les observations de leurs éclipses étant plus nombreuses, Delambre a examiné de nouveau le rapport entre la théorie et l'observation, et il a trouvé pour l'aberration 62″,5, valeur absolument la même que celle obtenue par Bradley.

Résumé.

493. Il résulte de ce que nous venons d'exposer que les satellites de jupiter ont deux sortes de perturbations; la première dans leur mouvement, la se-

conde dans celui de leurs orbes; que l'inégalité du mouvement des trois satellites peut être renfermée dans une équation, dans laquelle le mouvement du premier, plus deux fois celui du troisième, égale trois fois celui du second; que cette équation comprend de même, soit leurs inégalités, soit leurs variations séculaires; que la théorie fait voir que ces mouvemens sont réguliers et durables; que ces rapports peuvent n'avoir pas existé à l'origine, mais que l'action mutuelle des satellites l'a établie d'une manière positive; que ce rapport doit éprouver quelques variations, appelées *librations* par Laplace; que les orbes des satellites ont quatre sortes de mouvemens, 1° dans leur excentricité, 2° dans leurs périjoves, 3° dans leurs nœuds sur l'orbe de jupiter, 4° dans leur inclinaison sur cet orbe; que l'inclinaison de l'orbe du premier satellite oscille sur l'équateur de jupiter, et que les trois autres satellites oscillent sur des plans qui font, avec l'équateur de jupiter, des angles constans; que les nœuds des second, troisième et quatrième satellites, avec leurs plans, ont des mouvemens rétrogrades; que ces plans sont entraînés par l'équateur de jupiter, dont les nœuds sur l'orbe de cette planète ont un mouvement annuel et rétrograde de 6″; que Laplace a déterminé, par la théorie, la pesanteur des satellites de jupiter, comparée à celle de cette planète prise pour unité, ainsi que le rapport des deux axes de jupiter, et que le résultat ne diffère

qu'infiniment peu de l'observation; enfin qu'une nouvelle discussion des éclipses des satellites de jupiter par Delambre lui a donné, pour la vîtesse de la lumière, un résultat absolument semblable à celui de Bradley, c'est-à-dire, qu'elle met 62″,5 à parcourir le rayon de l'orbe terrestre.

XIIe LEÇON.

DU FLUX (7) ET DU REFLUX DE LA MER.

§. LV.

Exposition des Phénomènes connus sous le nom de Flux et Reflux.

494. On appelle flux et reflux de la mer un mouvement journalier, régulier et périodique d'élévation BH, fig. 173, et d'abaissement HB alternatif des eaux de la mer, en vertu duquel elles s'élèvent et s'abaissent deux fois entre deux retours consécutifs de la lune au méridien supérieur. Le mouvement d'élévation se nomme flux, et celui d'abaissement reflux.

La durée de l'élévation des eaux à Brest est d'environ 0^{jour} 25376″, et celle de son abaissement de 0 j. 25876″; l'intervalle moyen entre deux élévations

successives est de 0 j. 51525″ : l'intervalle moyen des retours de la lune au même méridien étant de 1 j. 035050 ; d'où il suit que l'on observe toujours deux élévations et deux abaissemens dans la durée d'un jour lunaire.

La marée (1) emploie neuf à dix minutes de moins à Brest à monter qu'à descendre, et le rapport d'élévation et d'abaissement pour chaque intervalle entre une élévation et une autre est tel, que, sur la surface d'un cercle BDEFKH, fig. 174, dont le diamètre BH égale la différence de la haute à la basse *mer*, les arcs égaux BD, DE, EF, FG, GK, KH, correspondent à des abaissemens et des élévations d'eau dans des temps égaux : ainsi les sinus verse des angles B*f*D, B*f*E, B*f*F, B*f*G, B*f*K, B*f*H, indiquent les hauteurs dans des temps égaux ; mais les sinus verse sont sensiblement comme les carrés des arcs, et les arcs, vers ces limites, sont comme les temps ; donc les hauteurs sont proportionnelles aux carrés des temps écoulés depuis la haute ou la basse mer dans ces points, rapport qui a lieu dans toutes les grandeurs susceptibles d'un maximum ou d'un minimum.

495. On appelle *marée totale* la demi-somme de deux pleines mers consécutives, prise du point où elle est descendue entre les deux marées. Les marées

---

(1) Marée vient du latin *mare*, mer ; c'est l'élévation des eaux de la mer au-dessus des terres.

totales présentent de grandes variations; on distingue chaque jour des différences plus ou moins considérables dans leur hauteur, différences qui paraissent dépendre de l'ascension droite, de la déclinaison et de la distance du soleil et de la lune à la terre.

496. On observe les marées totales les moins hautes 7^{jours} 38264″ immédiatement après les plus hautes. Les plus hautes se succèdent, ainsi que les moins hautes, tous les 14$^{\text{j.}}$ 76529″. Comme la révolution synodique de la lune est de 29$^{\text{j.}}$ 53059″, il s'ensuit que, dans chaque révolution lunaire, il y a deux grandes et deux petites marées; les grandes A B, *a b*, fig. 175, ont lieu dans les environs des syzygies lorsque le soleil S, la lune L et la terre T, sont dans une même droite; les marées les moins hautes A B, *a b*, fig. 176, ont lieu dans les quadratures.

Les plus hautes marées totales, qui ont lieu dans chaque révolution synodique de la lune, diffèrent entre elles tous les 346^{jours} 61963″, c'est-à-dire toutes les révolutions du soleil par rapport aux nœuds de la lune. Il y a dans cet intervalle deux hautes marées plus considérables, et deux marées plus basses que toutes les autres; et, tous les deux cent vingt-trois mois lunaires que dure la révolution de la terre par rapport au soleil, toutes les variations dans les marées se renouvellent.

497. On a observé à Brest que la plus haute marée totale était de 5$^{\text{mèt.}}$ 888, et la moins haute de 2$^{\text{mèt.}}$ 789,

conséquemment : : 2 : 1. On a observé encore que, lorsque le diamètre de la lune croît de $\frac{1}{18}$, les marées des syzygies y croissaient de $\frac{1}{8}$, et celles des quadratures de $\frac{1}{4}$; et, comme la marée des quadratures est environ moitié de celle des syzygies, l'augmentation dans l'un et dans l'autre cas $= 0^{\text{mèt.}}736$; enfin, comme les plus grandes variations dans le diamètre de la lune sont $\frac{1}{15}$ en dessus ou en dessous, et que l'on a $\frac{1}{18} : \frac{1}{8} : : \frac{1}{15} : \frac{3}{20}$, il s'ensuit que la variation de la marée totale dans les syzygies $= 0^{\text{mèt.}}883$, et pour la variation entière de la lune, $1^{\text{mèt.}}766$.

On a remarqué encore que, dans les syzygies, les marées des solstices sont plus petites que celles des équinoxes, et que celles des quadratures sont plus grandes. La diminution des marées vers les syzygies des solstices n'est qu'environ les $\frac{3}{5}$ de la diminution correspondante vers les syzygies des équinoxes : l'accroissement des marées vers les quadratures est deux fois plus grand dans les équinoxes que dans les solstices; enfin on a observé des différences entre les marées du matin et celles du soir : dans les syzygies du solstice d'été les marées du matin, du premier et du second jour, sont plus petites de $0^{\text{mèt.}}183$ que celles du soir; elles sont plus grandes, de la même quantité, dans les syzygies du solstice d'hiver. Dans les quadratures des équinoxes d'automne les marées du matin, du premier et du second jour après les quadratures, surpassent celles du soir de $0^{\text{mèt.}}138$;

et elles sont plus petites, de la même quantité, dans les quadratures de l'équinoxe du printemps.

498. L'heure des marées suit en quelque sorte le mouvement de la lune : comme celle-ci retarde de $0^{j.}\ 03505''$, si une marée arrive un jour à $0^{j.}\ 1^{h.}$ après minuit, l'après-midi elle arrivera à $0^{j.}\ 51752''$, et le lendemain à $0^{j.}\ 13505''$: ce retard varie avec les phases de la lune, les distances du soleil et de la lune à la terre, et la déclinaison des deux astres.

La variation occasionnée par les phases de la lune est la plus petite possible vers les syzygies; elle n'est que de $0^{j.}\ 02705''$, et, vers les quadratures, la plus grande ne s'élève qu'à $0^{j.}\ 05207''$. La différence des heures des marées correspondantes aux momens des syzygies et des quadratures, qui est de $0^{j.}\ 20642''$, augmente pour les marées qui suivent.

L'heure des marées varie encore d'un jour à l'autre par les distances du soleil et de la lune à la terre; chaque minute d'accroissement dans le demi-diamètre apparent de la lune augmente ou diminue ce retard de 258″ dans les syzygies, et de 86″ dans les quadratures.

La déclinaison des deux astres fait encore varier ce retard dans les syzygies des solstices; ce retard journalier y est d'environ 155″ plus grand que dans son état moyen; il est plus petit, de la même quantité, dans les syzygies des équinoxes : dans les quadratures des équinoxes, il surpasse sa grandeur

moyenne de 543″, et il la diminue de la même quantité dans les quadratures des solstices.

Ces phénomènes ont également lieu dans tous les ports et sur tous les rivages de la mer; mais les circonstances locales, sans rien changer aux lois des marées, ont une grande influence sur leur grandeur et sur l'heure de l'*établissement des ports.* (1)

499. On appelle établissement de port l'intervalle écoulé entre le midi ou le minuit vrai et l'instant de la pleine mer au moment de la syzygie : à Brest elle suit le midi ou le minuit vrai de 0 j. 14822″; dans les quadratures elle suit le midi ou le minuit vrai de 0 j. 35464″. Les marées avancent ou retardent en raison du nombre d'heures dont elles précèdent ou suivent les syzygies, des distances du soleil et de la lune à la terre, et de l'inclinaison des deux astres.

Les marées des syzygies avancent ou retardent de 264″ pour chaque heure dont elles précèdent ou suivent les syzygies. La marée des quadratures avance ou retarde de 416″ pour chaque heure dont elle précède ou suit la quadrature.

Chaque minute d'accroissement dans le demi-diamètre apparent de la lune fait avancer ou retarder l'heure de la pleine mer de 354″ dans les syzygies, et 118″ dans les quadratures.

---

(1) PORT vient du latin *portus*; ouverture par laquelle la mer s'enfonce dans les terres, et qui offre un abri contre le vent.

Dans les syzygies des solstices l'heure de la marée avance de 2′ ; elle retarde de la même quantité dans les syzygies des équinoxes. Dans les quadratures des solstices l'heure de la marée retarde de 8′, et elle avance de la même quantité dans les quadratures des équinoxes.

Résumé.

500. Il suit de ce qui précède que les hauteurs et les intervalles des marées ont des inégalités qui paraissent dépendre de la position du port et du mouvement du soleil et de la lune ; que les périodes des inégalités occasionnées par le mouvement de ces deux astres sont très-différentes : les unes étant d'un demi-jour, d'un jour ; d'autres d'un demi-mois, d'un mois ; d'une demi-année, d'une année ; que d'autres enfin sont les mêmes que celles des révolutions des nœuds et des périgées de l'orbe lunaire, dont la position influe sur les marées par l'effet de la déclinaison de la lune et de ses distances à la terre.

§. LVI.

Explication des Phénomènes connus sous le nom de Flux et Reflux.

501. Si les eaux de la mer couvraient toute la surface de la terre ; si la mer avait par-tout la même

profondeur, et que ses eaux ne fussent soumises qu'à l'action de la pesanteur vers le centre de cette planète, elles prendraient, la terre supposée en repos, la forme d'une sphère; mais, à cause de son mouvement de rotation, les eaux de la mer devraient prendre la forme d'un ellipsoïde de révolution ABCD, fig. 177, dont le grand axe serait dans le plan de l'équateur BD, et le petit dans l'axe de révolution AC.

Si les eaux de la mer n'éprouvaient d'autre action que celle *qui* résulte de la pesanteur vers le centre de la terre et du mouvement de rotation du globe, l'ellipsoïde prendrait à la longue une forme constante, qui n'éprouverait plus d'altération; mais, si la mer était soumise aussi à l'action du soleil, et pesait vers cet astre, chacune de ses molécules, étant plus attirée en raison de sa proximité de l'astre supposé sur le plan de l'équateur, ce plan, de circulaire, deviendrait elliptique FEHG, fig. 178; les points FH seraient à leur plus grande élévation au-dessus de la hauteur moyenne des eaux ABC, et les points GE seraient à leur plus grand abaissement au-dessous de la moyenne AC; d'où il suit que, par la seule action du soleil sur les eaux de la mer, il y aurait deux hautes et deux basses mers, les premières à 200 degrés l'une de l'autre, et les deux autres à 100 degrés des premières.

502. Si le soleil se mouvait avec la terre, et s'il avait la même vitesse angulaire, l'astre restant cons-

tamment sur le même point de cette planète, la forme que les eaux prendraient en vertu de la rotation de la terre et de l'action du soleil serait constante; mais, le soleil changeant continuellement de position, par rapport à la terre, par son mouvement apparent d'occident en orient, et les *maxima* FH, *fh*, fig. 179, d'élévation des eaux, ainsi que les *minima* EG, *eg*, dépendans des directions SFH, *sfh*, des rayons vecteurs du soleil à la terre, qui changent également, il s'ensuit que tous les points de l'équateur auraient successivement deux hautes marées FH, *fh*, et deux basses marées EG, *eg*: les deux plus hautes marées arriveraient au moment du passage du soleil sur le méridien du lieu ou sur le méridien opposé, et les deux plus basses sur les méridiens éloignés de 100° de ceux sur lesquels le soleil passerait; et, comme le soleil met une journée à parcourir tous les points de l'équateur terrestre, on conçoit qu'il y aurait par jour deux hautes et deux basses marées sur chaque point de l'équateur, et que les hautes marées seraient à $0^{j.}\,5^{h.}$ de distance les unes des autres, et les basses à $0^{j.}\,2^{h.}5$ des hautes.

503. Si le mouvement du soleil se faisait constamment dans le cercle de l'équateur EFGHIL *ihgfe*, fig. 180, les eaux élevées sur chaque méridien PE*p*, PF*p*, PG*p*, etc. auraient leur plus grande élévation sur les points EFG, etc. de l'équateur; les points P, *p* des pôles éloignés de 100 de-

grés de l'équateur auraient toujours la même élévation, et les variations iraient, en augmentant successivement, des pôles où elles seraient nulles, à l'équateur où elles seraient les plus grandes possibles.

504. Les eaux de la mer, pesant également vers la lune, doivent être de même soumises à son action, et le mouvement de cet astre autour de la terre doit produire des phénomènes semblables à ceux du mouvement du soleil autour de cette planète; elle doit occasionner deux *hautes* et deux basses marées pendant la durée de sa révolution; et, comme l'intervalle moyen entre deux retours successifs de la lune au même méridien est de 1 j. 035050″, il s'ensuit que les hautes marées lunaires devraient avoir lieu tous les 0,51752″, et que les basses marées seraient à 0,25876″ d'intervalle des hautes marées.

505. Les eaux de la mer pesant vers le soleil et vers la lune, et ces deux astres agissant sur elles, ils doivent donc, par leur action réunie, produire un résultat composé.

506. Si la vîtesse angulaire des deux astres était la même, l'action qu'ils produiraient dépendrait de leur position respective; s'ils étaient constamment en conjonction ou en opposition, les forces, agissant dans le même sens, s'ajouteraient l'une à l'autre : mais, si leurs rayons vecteurs formaient un angle quelconque SHL, fig. 181, leur action réunie serait dans la résultante FR des deux effets, et la courbe

EGFKE serait celle que formeraient les eaux de la mer; ainsi les hautes marées n'auraient pas lieu lors du passage de l'un des deux astres au méridien, et l'heure de la haute marée serait toujours, entre celle des deux passages, dans un intervalle également distant du moment du passage des deux astres, si les forces étaient égales, et plus rapprochée du passage de l'astre, qui agirait plus fortement, si ces forces étaient inégales.

507. La vîtesse angulaire des deux astres étant différente, leur action doit varier en raison de leur position; elles s'ajoutent dans les syzygies, et produisent les hautes marées les plus considérables; elles se retranchent l'une de l'autre dans les quadratures, et produisent les hautes marées les moins considérables. L'heure des hautes marées est, dans les syzygies, celle du passage des deux astres au méridien; et, dans les quadratures, cette heure est celle du passage au méridien de l'astre qui exerce la plus forte action. Dans tout autre instant l'heure de la haute marée est entre celles du passage des deux astres au même méridien, et elle oscille autour de celle du passage de l'astre qui exerce la plus grande action.

508. L'intervalle moyen entre deux retours consécutifs du soleil au même méridien est d'un jour; l'intervalle moyen entre deux retours également consécutifs de la lune au même méridien est 1 j. 035050″. L'intervalle des conjonctions est de 29 j. 53059″. Au

moment des conjonctions les marées solaires et lunaires coïncident; la marée composée est la plus grande. 7 j. 38264″ après, le soleil et la lune étant en quadrature, la marée composée est la plus petite, parce que la pleine mer, relative à l'un des deux astres, coïncide avec la basse mer, relative à l'autre. 14 j. 76529″ après la conjonction, les astres étant en opposition, la marée composée est la plus haute, parce qu'elle est la somme des deux; 22 j. 34793″ après la conjonction, les astres, étant en quadrature, doivent produire une petite marée; enfin, après 29 j. 53059″, les astres, étant de nouveau en conjonction, produisent une très-haute marée. L'observation s'accorde parfaitement avec la théorie, à quelques variations près, occasionnées par la différence d'action du soleil et de la lune.

509. L'heure des plus grandes et des plus petites marées doit suivre le mouvement de l'astre qui exerce la plus grande action. Si les marées solaires l'emportaient sur les marées lunaires, les heures des plus grandes et des plus petites coïncideraient avec l'heure à laquelle la marée solaire exercerait son action si elle était seule; mais, si la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire, alors la plus petite marée composée doit coïncider avec la basse mer solaire, et par conséquent son heure est à un quart de jour d'intervalle de celle de la plus grande marée composée. Ces données offrent donc un moyen simple

de reconnaître si la marée lunaire est plus ou moins grande que la marée solaire. Toutes les observations concourant à faire voir que l'heure des plus petites marées diffère d'un quart de jour de celle des plus grandes, il s'ensuit que la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire.

510. On a vu (497) que la plus grande marée totale de chaque mois, à Brest, est de $5^{\text{mèt.}}888$, et la plus petite de $2^{\text{mèt.}}789$: ainsi les hauteurs des deux marées sont comme 2 : 1. Si l'on appelle s la hauteur à laquelle le soleil élève les eaux, l la hauteur à laquelle la lune les élève, on aura pour l'élévation des deux marées $l + s = 2$, et pour leur différence $l - s = 1$; ainsi $\frac{l+s}{2} = 1$, et $\frac{l+s}{2} = l - s$; $l + s = 2l - 2s$, et $3s = 2l - l = l$; donc l'action de la lune est trois fois plus grande que celle du soleil.

511. Du rapport de l'action de la lune, comparée à celle du soleil, Laplace a déduit que la masse de la lune est $\frac{1}{58,7}$ de celle de la terre. En effet (466), si l'on fait la masse du soleil $= M$,

Celle de la terre $= m$,

Celle de la lune $= \mu$,

La distance du soleil à la terre $= D$,

de la lune à la terre $= d$,

Le rayon de la terre $= r$,

on a la différence moyenne de l'action de la terre et

du soleil $= \frac{Md}{2D^3}$; et, comme l'action de la lune, diminuée par celle du soleil, $= \frac{1}{179}$ de celle de sa pesanteur sur la terre (466), on a $\frac{Md}{2D^3} = \frac{P}{179}$, et $\frac{M}{D^3} = \frac{2}{179} \cdot \frac{P}{d}$; ainsi $\frac{Mr}{D^3} = \frac{2}{179} \cdot \frac{Pr}{d}$, la pesanteur de la lune vers la terre $= \frac{m+\mu}{d^3}$; donc $\frac{Mr}{D^3} = \frac{2}{179} \cdot \frac{(m+\mu)}{d^3} r$; d'où il suit que la force du soleil, pour soulever les eaux de la mer, est $\frac{2}{179}$ ou $\frac{1}{89,5}$ de celle de la somme des masses de la terre et de la lune, multipliée par le rayon de la terre, et divisée par le cube de la distance de la lune à la terre : mais l'action du soleil, pour soulever les eaux (510), $= \frac{1}{3}$ de celle de la lune, et cette dernière $= \frac{2\mu r}{d^3}$; donc $\frac{2}{179} \frac{(\mu+m)}{d^3} r = \frac{2}{3} \frac{\mu r}{d^3}$, et $\frac{\mu+m}{179} = \frac{\mu}{3}$; d'où l'on tire $3 : 179 :: \mu : \mu + m$, et $3 : 176 :: \mu : m$, et enfin que la masse de la lune est à peu près $\frac{3}{176} = \frac{1}{58,7}$ de celle de la terre.

512. Les hauteurs des marées, ainsi que les heures auxquelles elles doivent arriver, varient, 1° par le mouvement de la lune et du soleil dans des orbes elliptiques, 2° par l'inclinaison des deux orbes l'un sur l'autre.

Par le mouvement de la lune dans un orbe elliptique, sa distance à la terre varie, de même que, par le mouvement de cette dernière dans un orbe elliptique, la distance de la terre au soleil varie; et, comme l'action de la pesanteur est en raison inverse du carré des distances, il s'ensuit que les mouvemens de la lune et de la terre dans des orbes elliptiques doivent faire varier, 1° la hauteur à laquelle la marée s'élève par l'action séparée et réunie de chacune de ces forces, 2° les heures des marées; car, comme ces heures, autres que celles des syzygies et des quadratures, comparées à celles du passage au méridien de l'astre qui agit le plus fortement, présentent des différences d'autant plus grandes, toutes choses égales d'ailleurs, que les deux forces sont moins différentes, il s'ensuit que plus l'action du soleil augmente par rapport à celle de la lune, plus la haute marée retarde ou avance sur l'heure du passage de la lune au méridien.

Si les deux orbes étaient dans un même plan, l'action exercée dans les syzygies serait égale à la somme des deux actions séparées, et l'action exercée dans les quadratures serait égale à la différence des deux actions; mais, par l'inclinaison de l'orbe de la lune L l λ L′ A, fig. 182, sur l'orbe de la terre, le soleil et la lune dans les syzygies sont à des distances différentes. Lorsque les syzygies ont lieu à l'époque où la lune L est à sa plus grande distance de l'orbe ter-

restre, l'angle STL, formé par les rayons vecteurs du soleil et de la lune à la terre, étant le plus grand possible, la somme des deux actions est la plus petite. Lorsque les syzygies ont lieu à l'époque où la lune λ est dans l'intersection des deux orbes, le soleil Σ et la lune λ sont sur une même droite, et la somme de leurs actions est la plus grande. En général, la somme des actions dans les syzygies est d'autant plus grande, que l'angle *s* T *l* que forme la direction des rayons vecteurs des deux astres est plus petit.

L'heure des marées dépend de la distance au soleil, de la résultante des actions du soleil et de la lune sur les eaux de la mer : cette distance, qui est nulle dans les syzygies et les quadratures, varie dans toutes les autres positions, en raison de l'angle des rayons vecteurs des deux astres ; et ces angles varient avec la distance de la lune aux nœuds de son orbe ; d'où il suit que l'heure des marées doit varier par rapport à l'inclinaison des orbes et à la distance de la lune aux nœuds de son orbe.

513. Puisque les hauteurs des marées, leurs avances et leurs retards sur le passage de la lune au méridien, varient, 1° à cause du mouvement de la lune et de la terre dans une ellipse, 2° à cause de l'inclinaison de l'orbe lunaire sur l'orbe terrestre, il s'ensuit que, comme les positions du soleil et de la lune, par rapport à la terre, ont un mouvement pé-

riodique dont la durée est de deux cent vingt-trois mois lunaires environ, toutes les variations dans les marées doivent avoir une semblable périodicité, et que, puisque la révolution de la terre, par rapport aux nœuds de la lune, est de $346^{j.}$ $61963''$, il s'ensuit que, pendant cet intervalle, il doit y avoir deux très-grandes et deux très-petites marées. Laplace, ayant appliqué le calcul à l'action des astres sur les eaux de la mer, et ayant comparé ensuite ses résultats aux observations faites à Brest, tant sur les hauteurs des marées, que sur les retards et les avances des marées par rapport au mouvement de la lune, a trouvé un accord parfait entre la théorie et l'observation.

514. Pour mettre en évidence et expliquer les phénomènes produits par l'action du soleil et de la lune sur les eaux de la mer, Laplace rapporte leurs effets à l'action que produiraient plusieurs astres mus uniformément dans le plan de l'*équateur*, mais ayant chacun des mouvemens différens dans le plan de leurs orbites.

Les premiers A, fig. 183, ayant un mouvement très-lent de A en *a* pendant que la terre T fait sa révolution entière; les seconds A, fig. 184, faisant une demi-révolution AQ*a* pendant que la terre fait sa révolution entière; les troisièmes A, fig. 185, faisant presque une révolution APQR*a* pendant que la terre fait la sienne.

Les premiers astres, fig. 183, produisent un flux et reflux tous les o^{j}·5, avec les variations qui les accompagnent ; en les soumettant à l'analyse, on trouve que les marées totales des syzygies des équinoxes sont plus grandes que celles des syzygies des solstices dans le rapport du rayon au carré de la déclinaison du soleil ou de la lune vers les solstices : on trouve, de plus, que les marées totales des quadratures des solstices surpassent celles des quadratures des équinoxes dans un plus grand rapport que celui du rayon au carré du cosinus de la déclinaison de la lune vers les quadratures et les équinoxes.

Les seconds astres, fig. 184, produisant des marées dont la durée est d'un jour, ces marées sont proportionnelles au produit du sinus par le cosinus de la déclinaison des astres : elles sont nulles quand les astres sont dans l'équateur, et elles croissent à mesure qu'ils s'en éloignent. En se combinant avec les marées de la première espèce, elles rendent inégales deux marées du même jour.

Les troisièmes astres, fig. 185, produisent des marées dont les périodes sont fort longues, et indépendantes de la rotation de la terre : si les durées de ces périodes étaient infinies, ces marées n'auraient d'autre effet que de changer la figure permanente de la mer, qui parviendrait bientôt à l'état d'équilibre dû aux forces qui les produisent; mais il est visible que la longueur de ces périodes rendrait l'effet de

ces marées, à très-peu près, le même que dans le cas où elles seraient infinies. On peut donc considérer la mer comme étant sans cesse en équilibre sous l'action des astres fictifs qui produisent les marées de la troisième espèce, et les déterminer dans cette hypothèse.

515. Jusqu'ici nous avons supposé que les eaux de la mer couvraient uniformément la surface de la terre, et qu'elles avaient par-tout une égale profondeur; mais l'observation fait voir, au contraire, que deux grands continens, fig. 186, et des îles plus ou moins considérables s'élèvent au-dessus de son niveau; ce qui, en présentant des surfaces très-inégales couvertes d'eau, donne à la mer des profondeurs extrêmement variées. Les différences dans l'étendue et la profondeur des mers, la position des côtes, la forme des surfaces couvertes d'eau, apportent de très-grandes variations dans la hauteur des marées de chaque lieu, ainsi que dans l'heure des hautes marées; et ces variations sont telles, que deux ports très-voisins ont souvent des hauteurs et des heures de hautes marées très-différentes.

§. LVII.

Des Variations occasionnées par l'étendue et la profondeur de la Mer.

516. L'action des astres sur un espace couvert

d'eau, est d'autant plus grande que la profondeur est plus considérable, et que la surface a plus d'étendue. Dans une masse fluide, les impressions que reçoit chaque molécule se communiquent à la masse entière; c'est pour cela que l'action du soleil et de la lune, insensible sur une molécule isolée, produit sur l'Océan des effets remarquables. Si l'on imagine un canal O A, *o a*, fig. 187, courbé sur le fond de la mer, et terminé par un tube vertical A H B, *a h b*, qui s'élève au-dessus de sa surface, et qui passe par le centre du soleil, l'attraction exercée par cet astre élèvera l'eau dans le tube, en raison de l'espace que ce dernier occupe dans la mer, et de la différence dans la direction et la force dont les molécules sont animées : or, plus le tube recourbé sera long, plus l'élévation sera grande; et plus la surface et la profondeur de la mer seront grandes, plus les hauteurs des marées seront considérables : c'est là la raison pour laquelle le flux et le reflux sont insensibles dans les petites mers, telles que la mer Noire, la mer Caspienne, et même la mer Méditerranée.

§. LVIII.

De la Variation provenant de la direction des Côtes.

517. Comme la haute mer est soumise à l'action du soleil et de la lune, les eaux de la marée montante

et descendante doivent avoir une direction dépendante du mouvement de ces astres. Soit AB, fig. 188, cette direction : si une île, ou toute autre masse, CDEFGH, fait obstacle à ce mouvement, les eaux qui arrivent sur la face HCD, étant arrêtées dans leur marche, se diviseront ; une partie suivra la direction CDE, l'autre celle CHG, après toutefois s'être élevées contre l'obstacle, et là l'élévation sera plus grande que celle qui eût existé sans l'obstacle. Sur la face opposée EFG, les eaux seront plus basses ; sur les faces latérales DE, HG les niveaux iront en diminuant de D et de H, vers E et G ; ainsi les eaux auront diverses élévations autour de l'obstacle : d'où il suit qu'en raison de la direction des côtes, par rapport à la direction de la marée, il doit y avoir des élévations d'eau différentes.

§. LIX.

De la Variation occasionnée par la forme de la surface des Mers.

518. La surface de la mer est maintenue dans des limites placées à des distances très-différentes les unes des autres. Les deux continens, fig. 186, connus sous le nom d'ancien et de nouveau, divisent la mer en deux parties très-inégales : l'espace compris entre les côtes du Brésil, des Antilles, de l'Amérique méridionale et celles du Congo, de Guinée, de Portugal et de la France, connu sous le nom de mer

du Nord ou océan Atlantique (1), est beaucoup plus étroit que celui qui est compris entre les côtes du Pérou, du Mexique, de la Californie, et celles de la Chine et du Japon, connu sous le nom de mer du Sud ou océan Pacifique. La mer de la Chine est resserrée entre la côte de la Chine, l'île de Bornéo et les Philippines; le détroit de l'Endéavour est un long canal, formé entre la nouvelle Guinée et la nouvelle Hollande; la Manche est un autre canal formé par les côtes de France et celles d'Angleterre : rien donc n'est plus varié que les différens espaces que la mer recouvre.

519. La grandeur des marées dépend beaucoup de la forme et de l'étendue de ces espaces. Les ondulations de la mer resserrées dans un détroit peuvent devenir fort grandes, et la réflexion des eaux par les côtes opposées peut les augmenter encore : c'est pour cela que les marées, généralement fort petites dans la mer du Sud, sont très-considérables dans nos ports.

520. Si la mer s'enfonçait dans la terre par un long canal étroit A K N M, fig. 189; que son embouchure à la mer fût en A, et les limites des basses et hautes mers de A en K, il est clair que si le canal était vide, l'eau, en montant de A en K, s'étendrait dans ce canal en suivant un plan incliné, de manière que, arrivée en K, sa surface pourrait

---

(1) OCEAN vient du grec *ωκεανοσ*, *la grande mer*, ou du primitif OK, *grand*, et Δx, *cercle*.

ATLANTIQUE vient du grec *ατλαντιδεσ*, *île fortunée*.

être représentée dans le canal par la courbe KFGIM: après être arrivée à son plus haut point, elle descendrait, et l'eau, élevée dans le canal, devrait s'abaisser successivement de chaque point; de manière qu'à la basse mer, elle aurait un point quelconque G de plus haute élévation : l'eau s'élevant ensuite de A en K, elle s'abaisserait au-dessous du point G, jusqu'à un certain point I, par de-là lequel il n'y a plus ni élévation, ni abaissement. Entre ce point et l'ouverture du canal AK, le flux et le reflux se distingueraient d'autant plus que, la distance serait plus éloignée du point fixe, et les heures du flux retarderaient en raison de la distance de chaque point du canal à son embouchure. On observe de ces ondulations dans toutes les rivières, près de leur embouchure; elles se propagent fort loin dans les grands fleuves, puisqu'au détroit du Pauxis, dans la rivière des Amazones, à quatre-vingts myriamètres de la mer, elles sont encore sensibles.

521. Si un large canal, fig. 190, communique à la mer par les deux extrémités AB, CD; quelle que soit l'heure à laquelle la haute ou la basse mer a lieu à chaque extrémité, elle doit arriver dans un port E, F, G, H, I ou K, à une heure différente : en effet, les heures des marées ou des ondulations transmises par chaque embouchure étant différentes, il doit y avoir sur cette côte des points où le maximum des ondulations de l'une des ouvertures corresponde au maximum des ondulations de l'autre;

d'autres points où les *minima* se correspondent d'autres, enfin, où le maximum de l'ondulation d'une ouverture coïncide avec le minimum de l'ondulation d'une autre. Dans le premier cas, les hautes marées seraient les plus élevées; dans le second, les basses marées auraient le plus d'abaissement; et dans le troisième, la différence du flux au reflux serait la plus petite possible, et elle serait même nulle si les ondulations étaient égales : ainsi, par le seul effet des marées d'un demi-jour, il peut exister des ports dans lesquels il n'y ait ni flux, ni reflux; mais nous avons vu (514) que les deux marées de chaque jour variaient, et que cette variation est produite par un flux qui a une période deux fois plus longue que celle des marées d'un demi-jour : comme les ports où correspondent les marées d'un demi-jour ne sont pas les mêmes que ceux où correspondent les ondulations dont la période est d'un jour, il s'ensuit que, sur les points du canal où il n'y a pas de flux par les ondulations d'un demi-jour de période, on doit en remarquer un par les ondulations d'un jour de période. Ce singulier phénomène a été observé à Batsha, port du royaume de Tunquin, et dans quelqu'autre lieu : comme les ondulations d'un jour de période ne diffèrent de celles d'un demi-jour que lorsque le soleil et la lune sont hors de l'équateur, on n'observe aucun flux et reflux à Batsha lorsque ces deux astres sont dans l'équateur.

522. Puisque les heures des marées, quoique sou-

mises à l'action combinée du soleil et de la lune, doivent différer dans chaque port, en raison de la forme du bassin dans lequel les eaux de la mer sont maintenues, et de sa communication avec les autres mers, il s'ensuit que chaque port doit avoir une heure de haute marée différente. Laplace, considérant chaque port comme placé dans un canal à l'embouchure duquel les marées partielles arrivent au moment même du passage des astres au méridien, fait dépendre l'heure de la marée, 1° du temps que la mer met à parvenir au port; 2° de la différence qui existe entre le méridien du port et celui de l'embouchure. Cette différence entre le méridien de l'embouchure et le nombre d'heures qui doit s'écouler entre le passage des astres à ces deux méridiens, est ce qu'il appelle *heure fondamentale* du port. Il suppose que, sur les côtes de France, la marée met un jour et demi à parvenir de l'embouchure aux ports; et il détermine cette heure fondamentale d'après celle de l'établissement du port, qui est elle-même celle de la marée au moment où elle coïncide avec la syzygie. Le retard des marées étant de 2705″ d'un jour à l'autre, il sera de 3951″ pour le jour et demi; ajoutant cette quantité à l'heure de l'établissement, on a l'heure fondamentale. Maintenant, si on augmente les heures des marées à l'embouchure, de quinze heures, plus l'heure fondamentale, on aura les heures des marées correspondantes dans le port, ainsi le problème se réduit

à déterminer les heures des marées dans un lieu dont la longitude est connue, en supposant que les marées partielles arrivent à l'instant du passage au méridien : l'analyse donne pour cet objet des formules très-simples, faciles à réduire en tables, et qu'il serait utile d'insérer dans les Éphémérides destinées aux navigateurs.

Résumé.

523. Il suit de ce que nous venons d'exposer que le flux et le reflux sont occasionnés par l'action du soleil et de la lune sur les eaux de la mer ; que de la différence tant dans l'action que dans la vîtesse combinées de ces astres, et de l'obliquité de l'orbe lunaire sur l'orbe terrestre, résultent toutes les inégalités que l'on remarque dans les marées ; que, lorsque ces deux astres agissent ensemble, c'est-à-dire dans les syzygies, les marées sont les plus hautes, et qu'elles sont, au contraire, les plus basses quand leurs actions sont opposées, comme dans les quadratures ; que les marées des syzygies sont d'autant plus grandes, que le soleil et la lune sont plus voisins de la terre, et que leur déclinaison est moindre ; que de la marche des marées, conforme à celle de la lune, on conclut que cette dernière planète est celle des deux qui exerce la plus grande action sur la mer, et que, de la différence qui existe entre les hautes marées des syzygies et celles des quadratures, Laplace a conclu que l'action de la lune est triple de celle du soleil, et que sa masse $= \frac{1}{58,7}$ de celle de la terre ; que ce savant,

afin de présenter d'une manière plus palpable les divers phénomènes qui résultent de ces actions, a rapporté toutes les variations des marées aux mouvemens de trois sortes d'astres : les premiers, dont le mouvement très-lent produirait les marées d'un demi-jour ; les seconds, dont la révolution, étant d'un demi-jour, produirait des marées d'un jour ; et les troisièmes, dont la révolution, étant d'un jour, produirait les variations des marées de périodes fort longues ; que la grande variation observée dans la hauteur des marées, à chaque port, peut être rapportée à l'étendue des mers, la position des côtes, la forme de la surface de ces mers, leur profondeur et leurs communications entre elles ; que l'on peut dresser des tables des heures des marées pour chaque port, en considérant la marée produite par le mouvement des eaux de la mer dans un canal d'une longueur particulière, et dont l'embouchure est sous un méridien semblable ou différent de celui du port ; que, pour les ports de France, on pouvait considérer que ce canal était tel, que les eaux mettaient un jour et demi à arriver de son embouchure aux ports, et que le méridien pouvait être déterminé, en ajoutant 3951″ à l'heure de la marée au moment des syzygies ; enfin que la somme de ces heures, appelée par Laplace heure fondamentale, est le nombre de celles qui doivent s'être écoulées entre le passage des astres au méridien du port, et ce même passage à celui de l'embouchure du canal.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

Les chiffres indiquent non les pages, mais les numéros placés en tête des divers articles dont se composent les cinquante-neuf paragraphes de cet Ouvrage.

PREMIÈRE LEÇON.

24

SECONDE LEÇON.

QUATRIÈME LEÇON.

CINQUIÈME LEÇON.

SIXIÈME LEÇON.

SEPTIÈME LEÇON.

HUITIÈME LEÇON.

§. XXXVII. DE LA DISTANCE DE SATURNE A LA TERRE.

§. XXXVIII. DE LA DISTANCE D'URANUS ET DE CÉRÈS A LA TERRE.

§. XXXIX. DES ORBES DES PLANÈTES. 302

APPENDICE A LA HUITIÈME LEÇON.

NEUVIÈME LEÇON.

DIXIÈME LEÇON.

§. XLIII. DES FORCES CENTRALES.

ONZIÈME LEÇON.

DOUZIÈME LEÇON.

FIN DE LA TABLE.

Fautes essentielles à corriger.

Page 7, lignes 8 et 9, le premier, le second, *lisez* la première, la seconde.
Page 13, note, ligne 1, de oin, *lisez* de loin.
Pages 17, 18 et 19, *substituez* le mot *oriental* au mot *occidental*, et celui-ci à l'autre.
Page 29, n° 42, *substituez* le signe α à ♈, et β à ♌.
Page 35, lig. 3, fig. 18, *lisez* fig. 18. (*a*)
Page 38 lig. 14, projette sur A et B (même figure), *supprimez* les mots ci-dessus qui suivent projette.
Page 49, lig. 14, position E ou C, *lisez* E′ ou *e*.
Page 56, lig. 9, de l'équateur AGHIBF, *lisez* AGHIBK.
Page 72, lig. 12, mais $\frac{1}{2^2}$, *lisez* mais $\frac{1}{z^2}$
Page 101, lig. 15, la direction H, *lisez* la direction *t* H.
Ibid. lig. avant-dernière, est en A, *lisez* est en A′.
Page 145, lig. 15, fig. 97, *lisez* fig. 97 *bis*, pl. XV.
Ibid. lig. 20, de la terre B, *lisez* de la terre O.
Page 146, lig 12, après *stéréographique*, *lisez* pl. XV, fig. 96 *bis*.
Page 155, lig. 17, *b c*, *lisez* *b a*; lig. 19, en ν lisez en γ; lig. 20 éclairée *a* ν, *lisez* $\varkappa$ β.
Page 157, lig. 20, car O T, *lisez* car O ω; lig. 21, et O T + HE : OT, *lisez* Oω + HE : Oω.
Page 159, lig. 23, que V′, *lisez* que γ.
Page 160, lig. 2 en S′, *lisez* en *SS*.
Page 171, lig. 1, d'orient en occident, *lisez* d'occident en orient.
Page 185, lig. 13, A S C, *lisez* A S B; lig 22, T *S*, *lisez* T *S*′.
Page 194, lig. 20 fig 114, *lisez* fig. 114, (*a*).
Page 204, lig. 1, $\sqrt{ab}$, *lisez* : $\sqrt{ab}$.
Page 206, lig. 2, fig. 117, *lisez* fig. 117 *bis*.
Page 218, lig. 14, fig. 121, *lisez* fig. 121 *bis*.
Page 221, ligne avant-dernière, ou *h* $\varkappa$, *lisez* ou H $\varkappa$.
Page 248, lig. dernière, l'on à $F = \frac{2e}{t^2}$, *lisez* l'on a $F = \frac{2(BD)}{t^2}$.
Page 257, lig. 7, qui bat les secondes *d s*, *supprimez* *d s*.
Page 264, ligne dernière de la note, $C^2 : D$ *lisez* $C^2 : D^2$.
Page 271, lig. 1, donne $D = \frac{P}{\omega}$, *lisez* donne $D = \frac{Pd}{\varpi}$
Page 283, lig. 16, l'arc L *l*, *lisez* l'arc L *d*.
Page 284, lig 7, + 0,00101727, *au lieu de* + *lisez* —.
Page 296, lig. 4, est au sinus de l'angle J S *t*, *lisez* est au rayon du cercle J *t*.
Page 314, lig. 21, fig. 168, *lisez* fig. 167.

Fig. 1.re

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

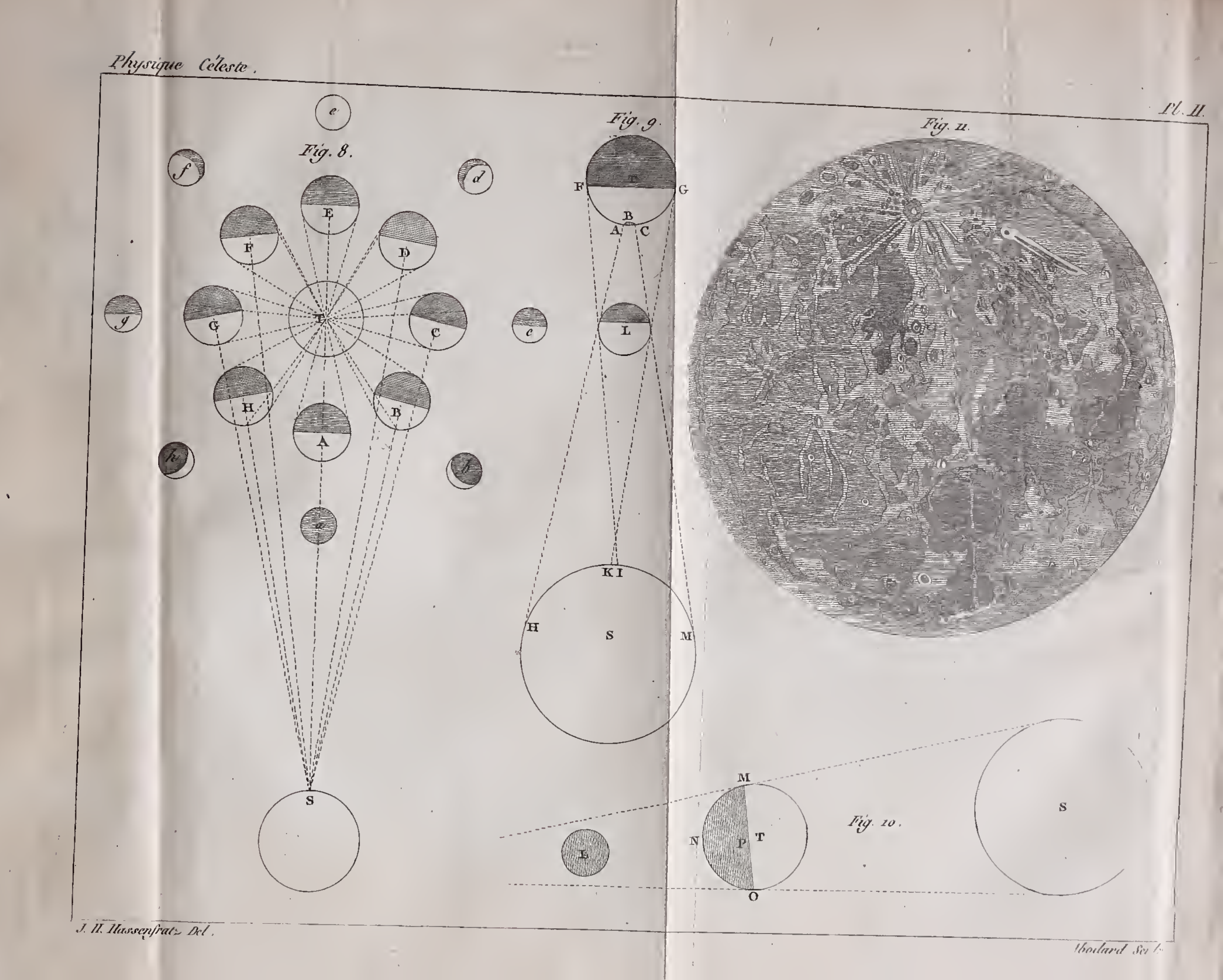
Fig. 5.

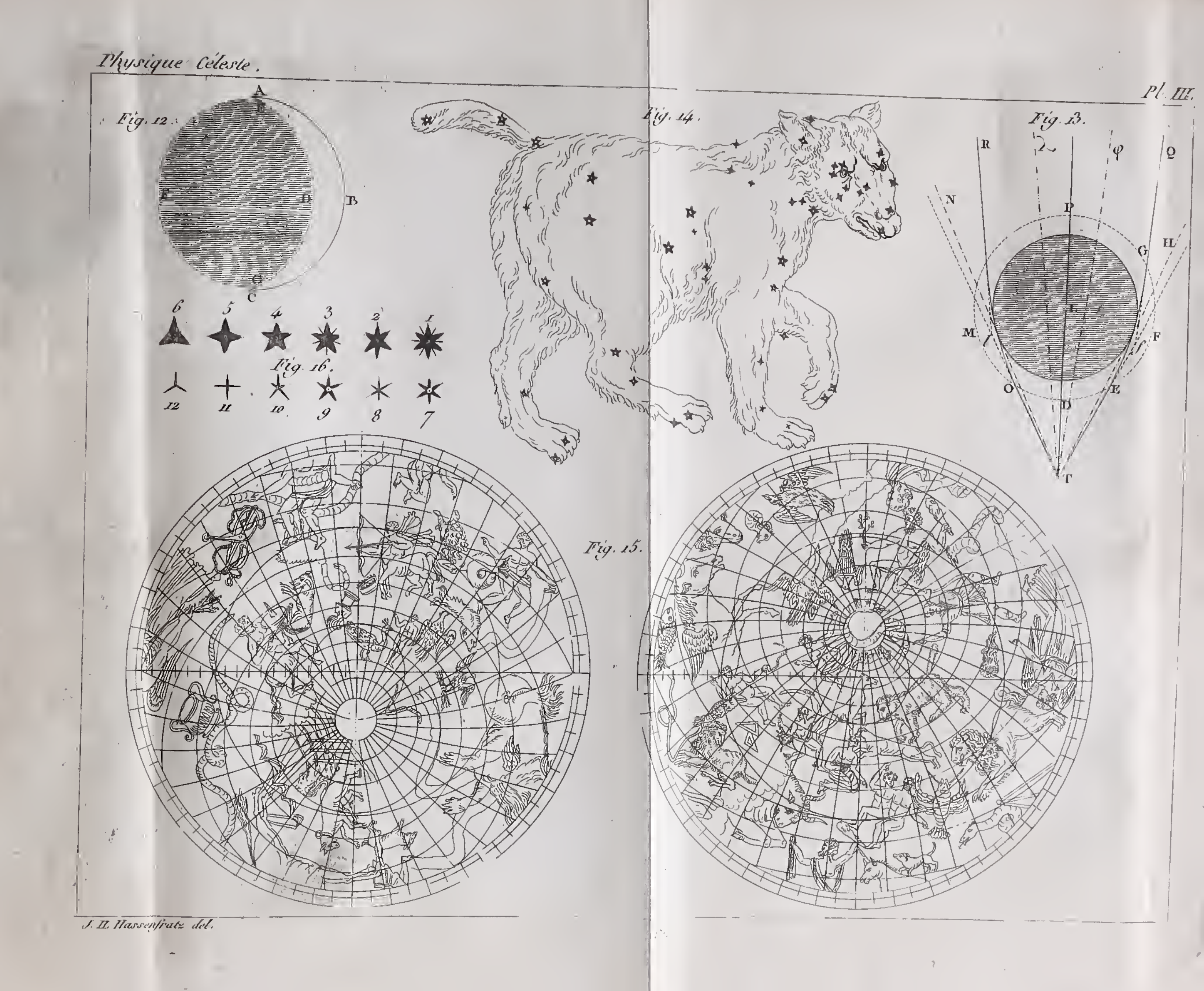
Fig. 6.

Fig. 7.

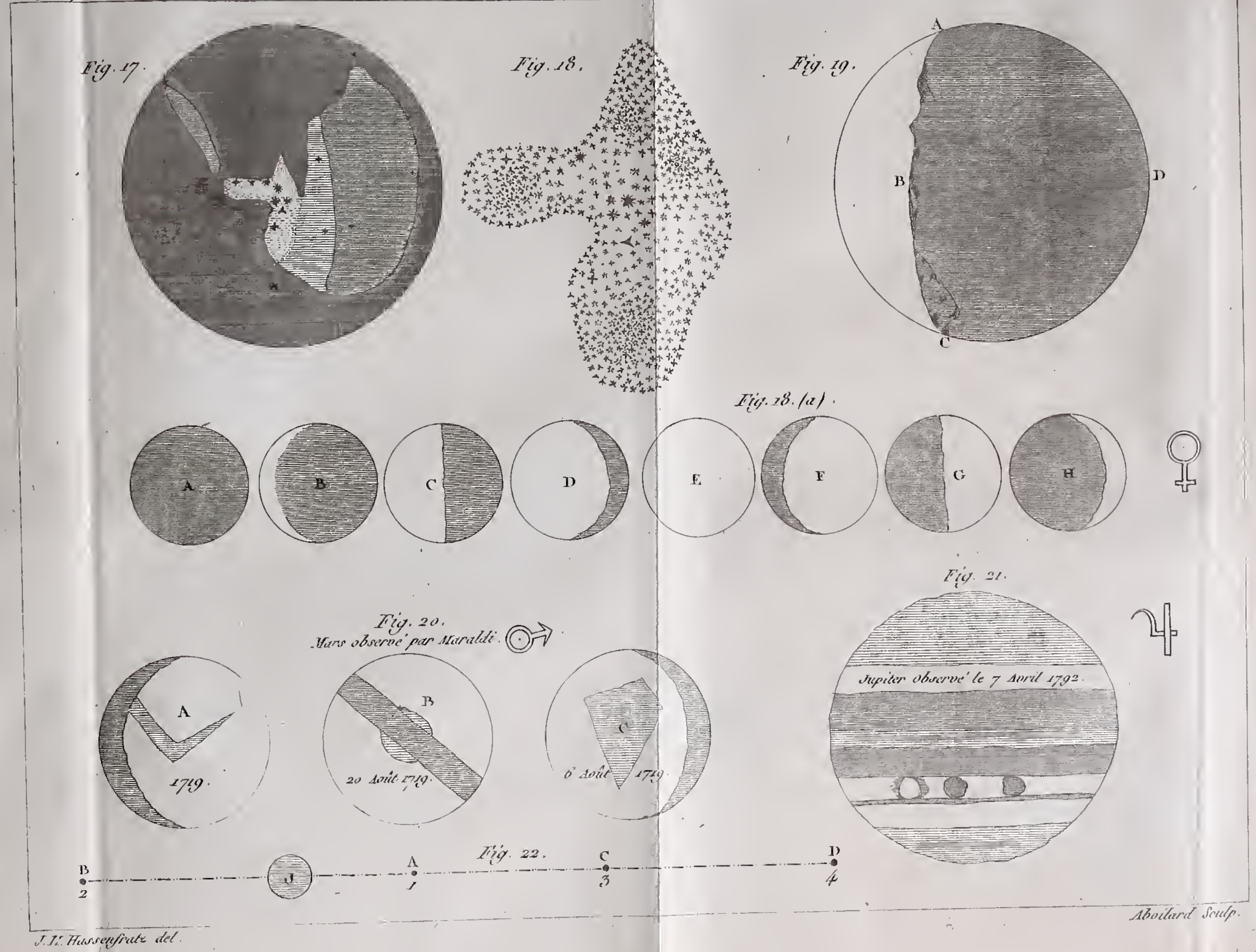
J. H. Hassenfratz Del.

Boilard Sculp.


Physique Céleste.
Pl. II.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
J. H. Hassenfratz Del.
Sc.

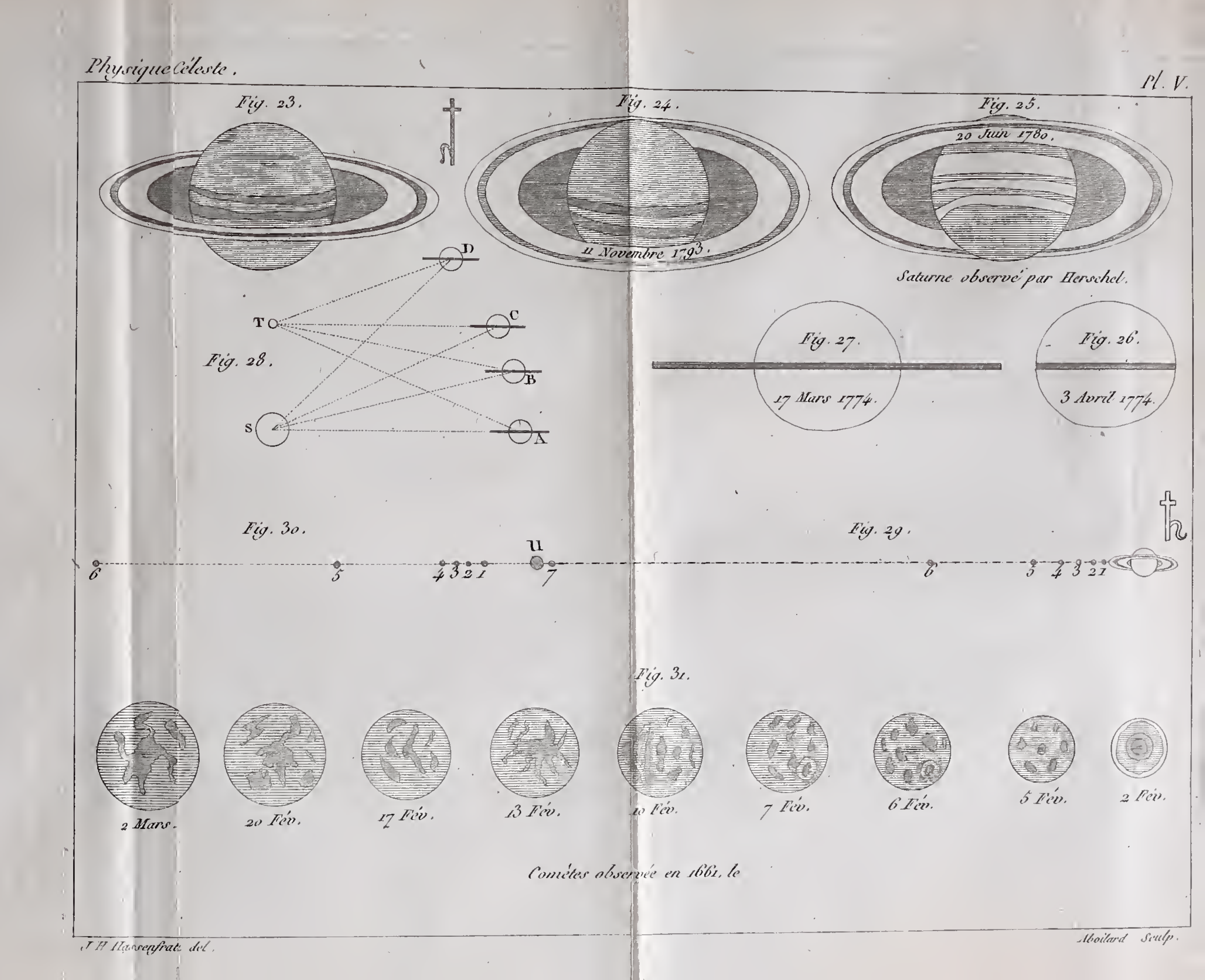


Physique Céleste.
Pl. III.
Fig. 12.
Fig. 14.
Fig. 13.
Fig. 16.
Fig. 15.
J. H. Hassenfratz del.

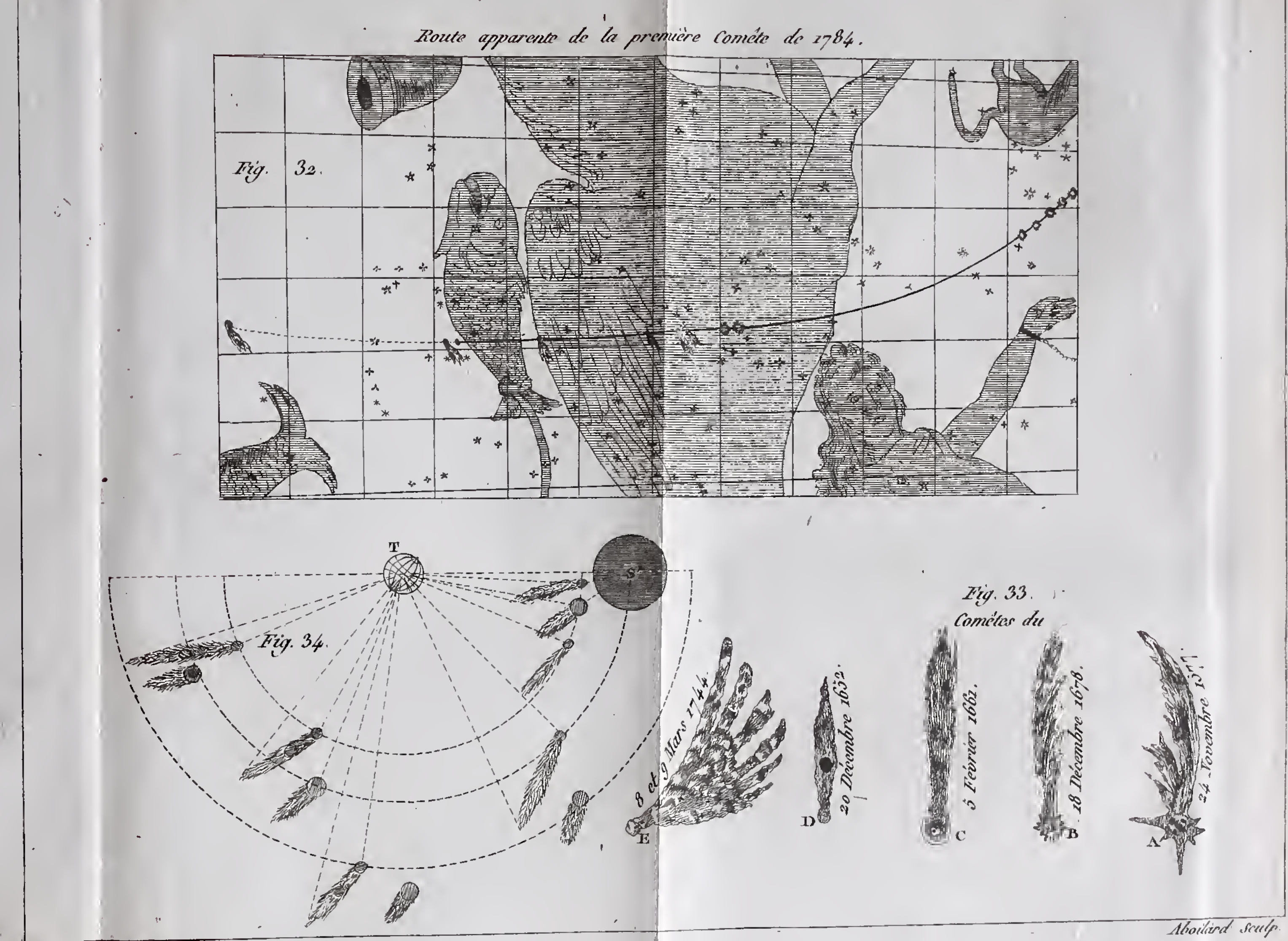


J. H. Hassenfratz del.

Aboilard Sculp.



J.H. Hassenfratz del. Aboilard Sculp.



J. H. Hassenfratz del. *Aboilard Sculp.*

Fig. 35.

Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 38.

Fig. 43.

Fig. 42.

Fig. 41.

Fig. 40.

Fig. 39.

J. H. Hassenfratz del. *Aboilard Sculp.*

Fig. 48.

Fig. 47.

Fig. 46.

Fig. 45.

Fig. 44.

Fig. 52.

Fig. 50.

Fig. 51.

Fig. 49.

Fig. 53.

J H Hassenfratz del.

J L. Hassenfratz Sculp.

Fig. 56.

Fig. 55.

Fig. 54.

Fig. 58.

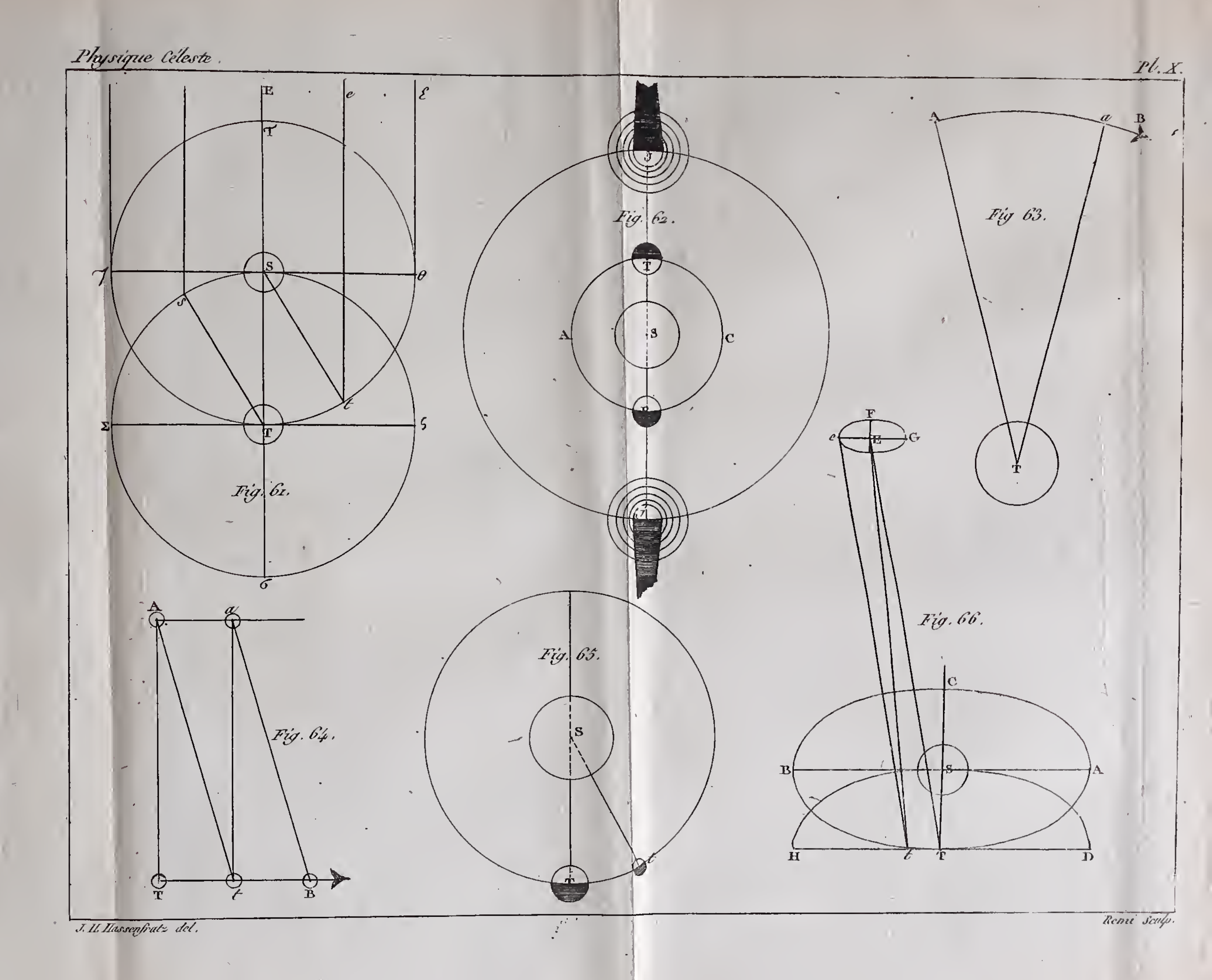
Fig. 60.

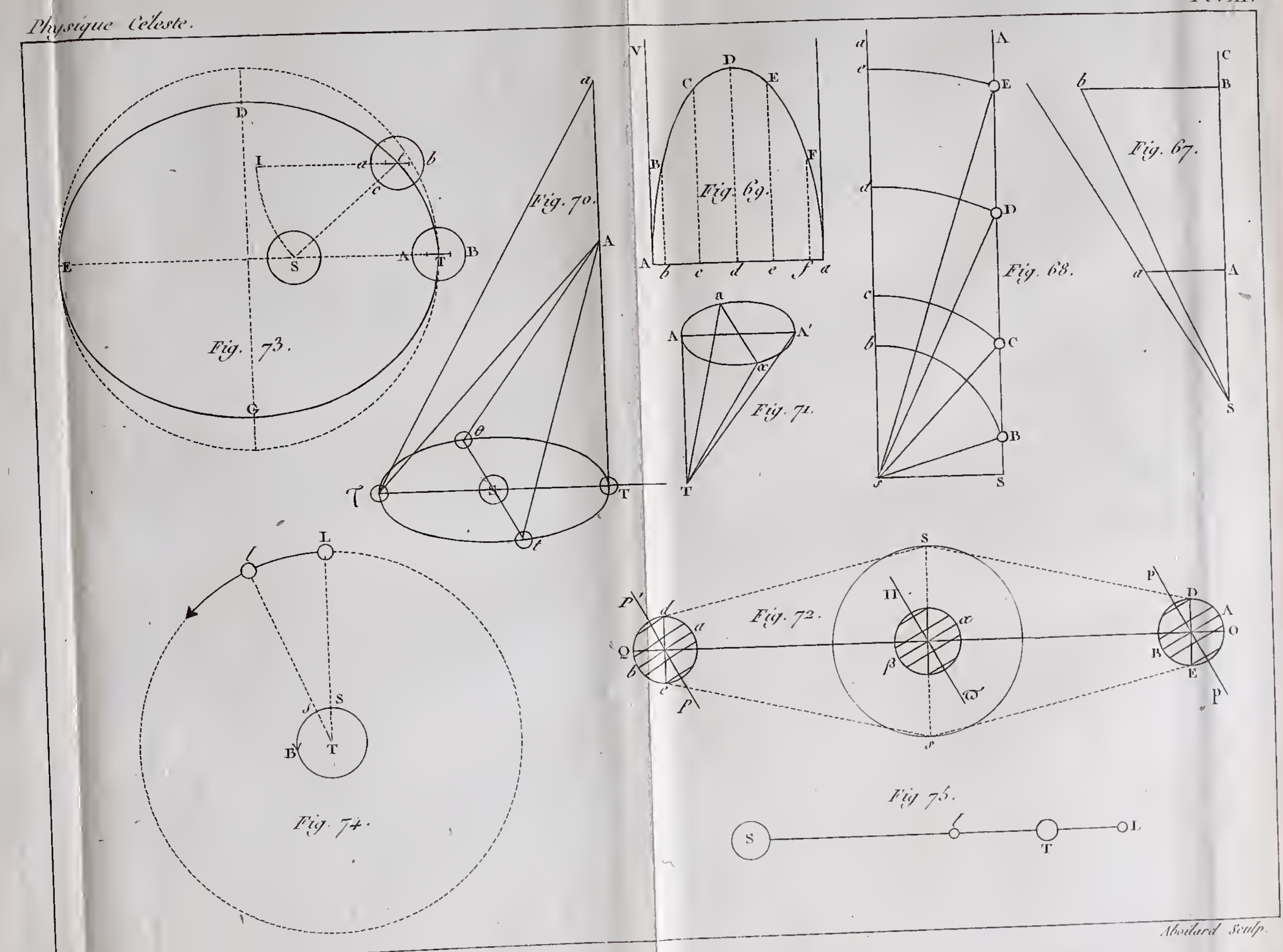
Fig. 59.

Fig. 57.

J. H. Hassenfratz del.

Aboilard Sculp.


Physique Céleste.
Pl. X.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
J. H. Hassenfratz del.
Remi Sculp.


Physique Céleste.
Pl. XI.
Fig. 73.
Fig. 70.
Fig. 69.
Fig. 68.
Fig. 67.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 74.
Fig. 75.
J. H. Hassenfratz del.
Aboilard Sculp.

J. H. Hassenfratz del.

Aboilard Sculp.

Fig. 85.

Fig. 86.

Fig. 84.

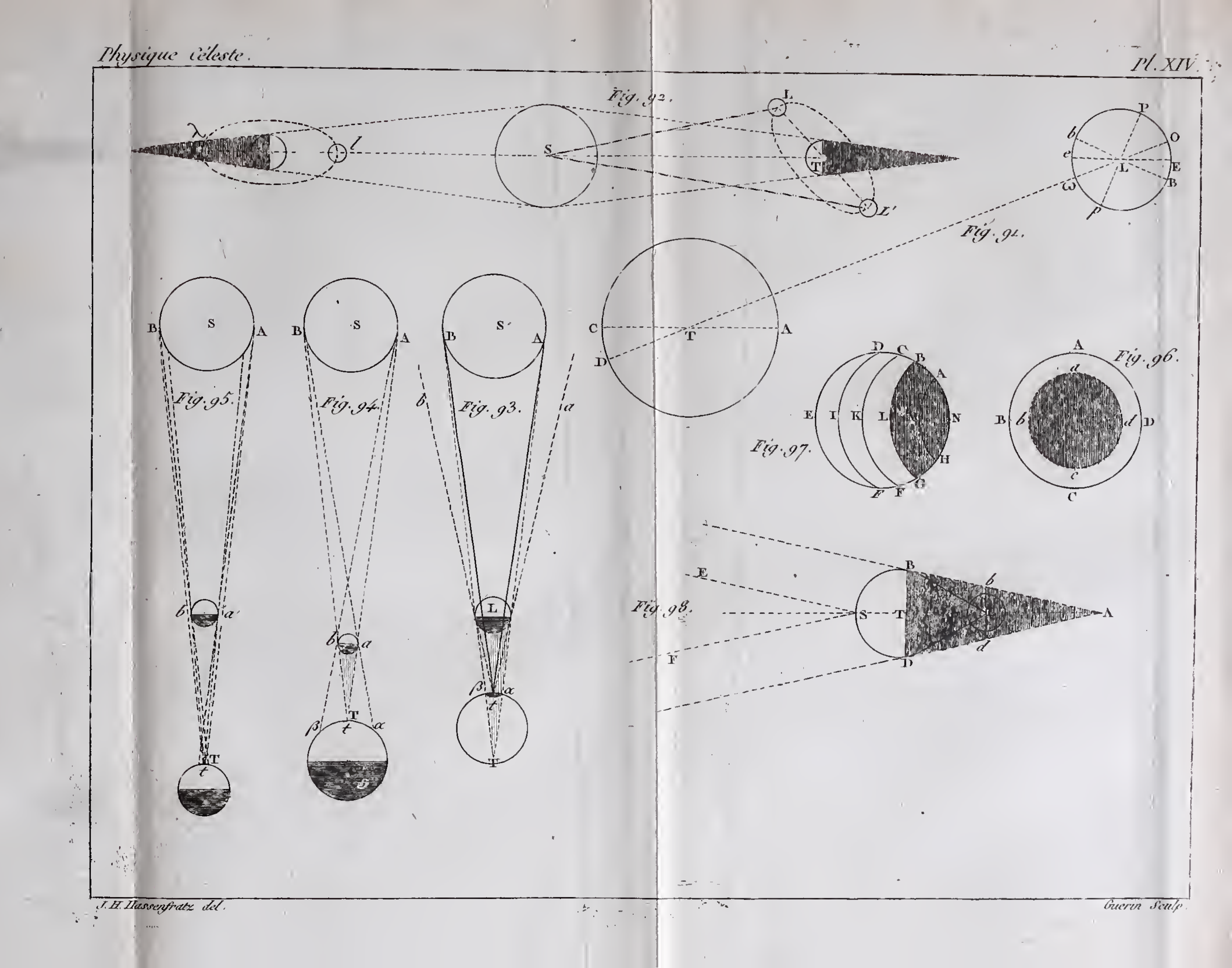
Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Fig. 90.

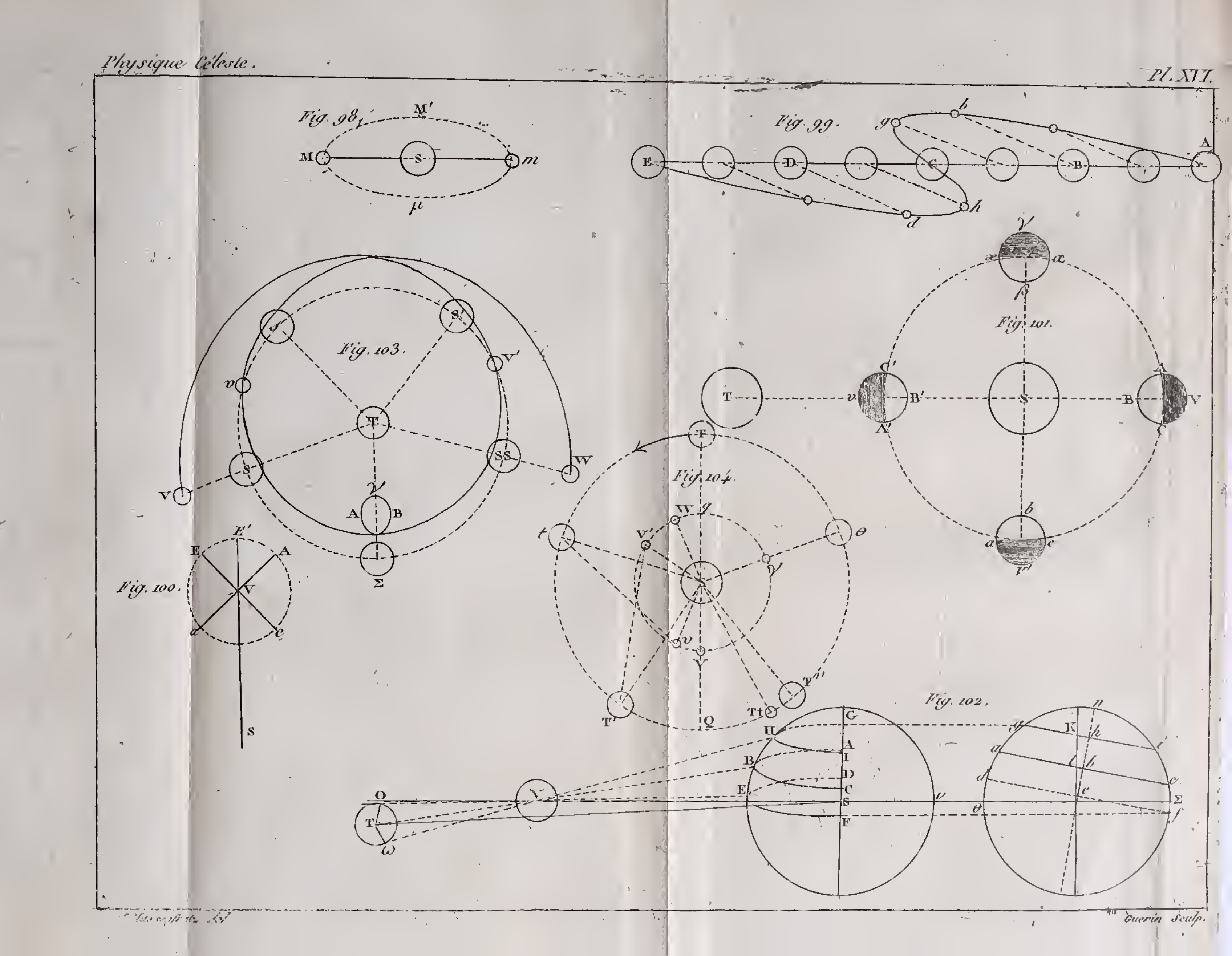
J. H. Hassenfratz del. Aboilard Sculp.



J. H. Hassenfratz del.

Guerin Sculp.

J. H. Hassenfratz del.



Guerin Sculp.

Fig. 108.

Fig. 107.

Fig. 106.

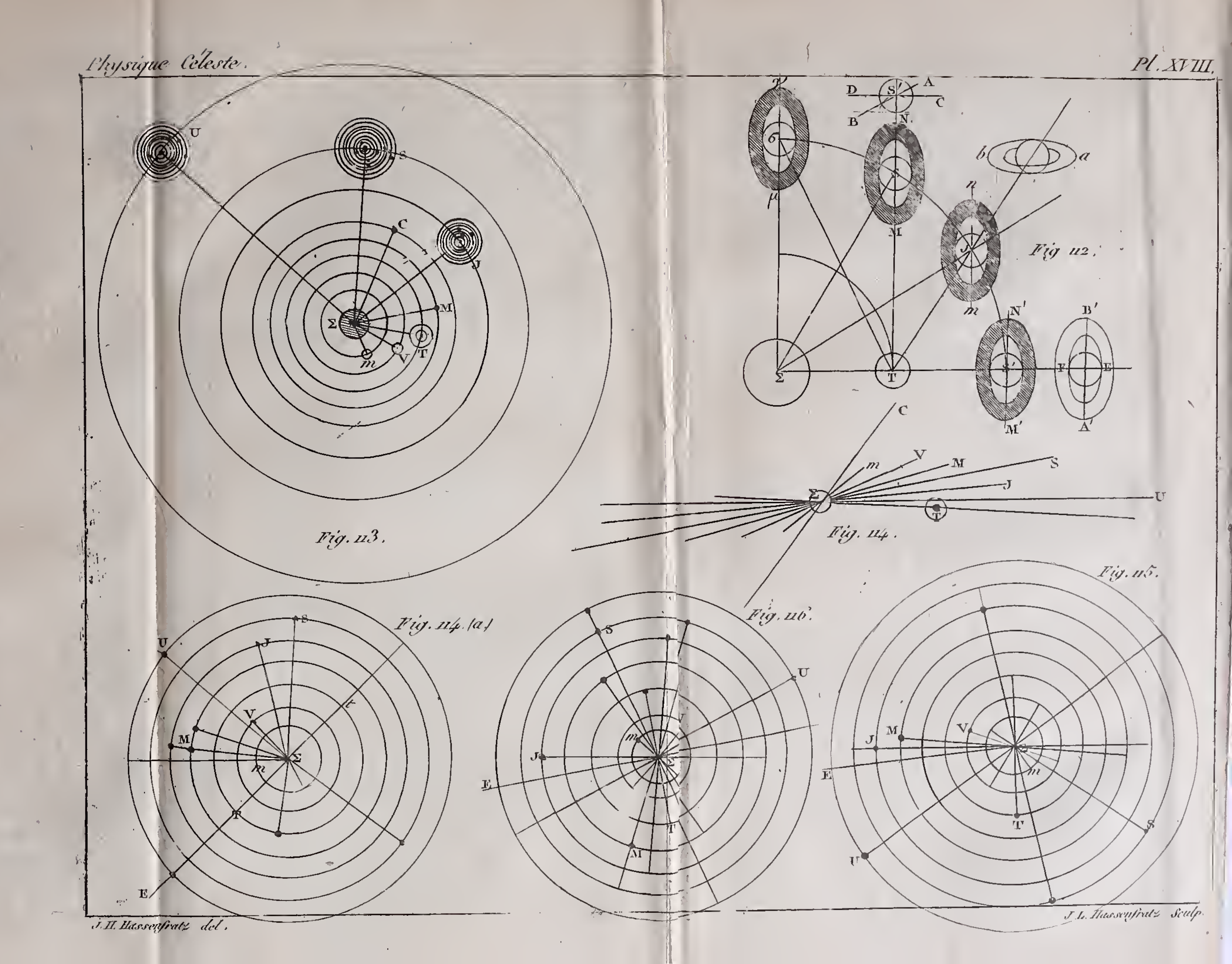
Fig. 105.

Fig. 109.

Fig. 110.

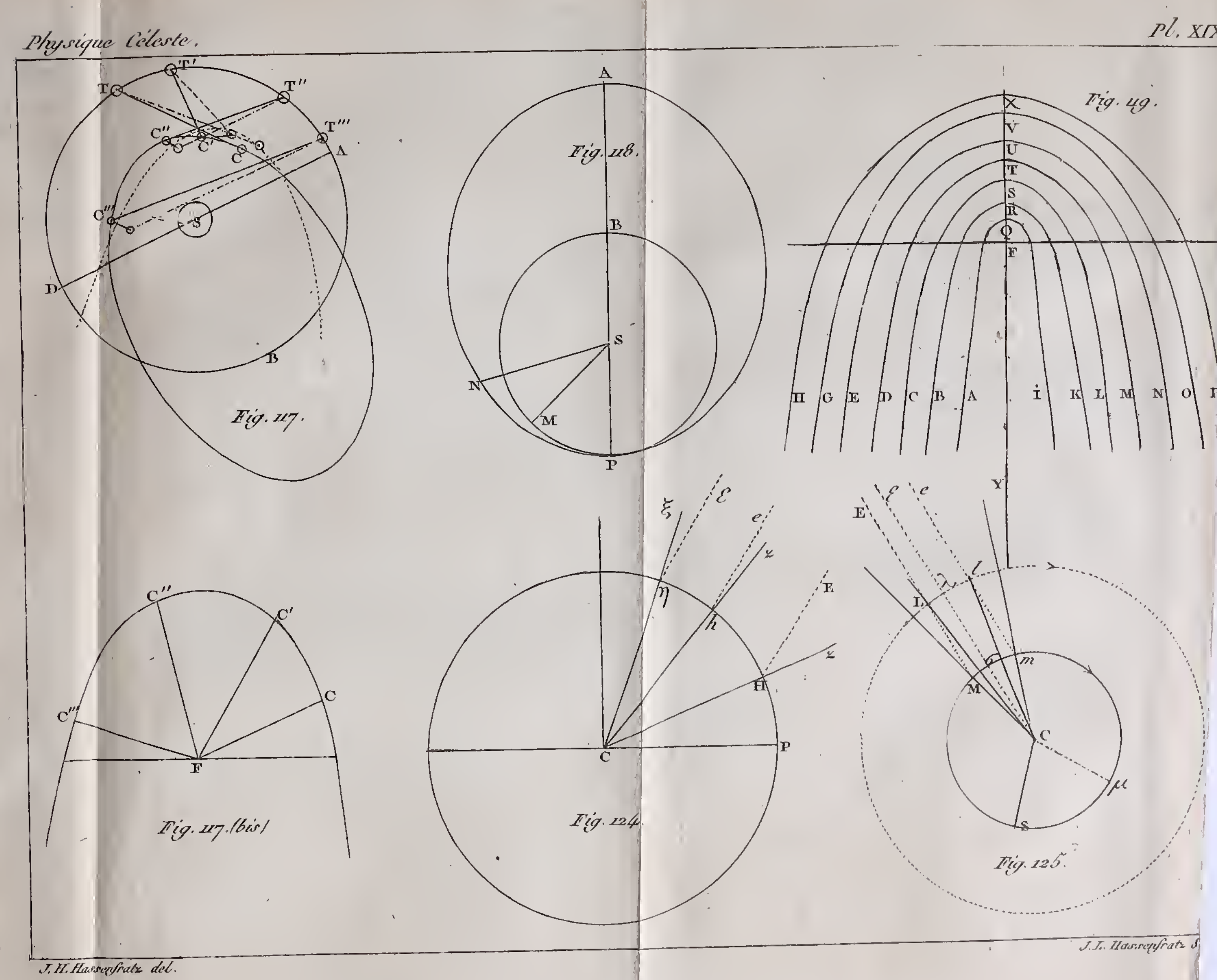
Fig. 111.

J. H. Hassenfratz del. Abelard Sculp.



J. H. Hassenfratz del.

J. L. Hassenfratz Sculp.



J. H. Hassenfratz del.

J. L. Hassenfratz S.

Fig. 121. bis.

Fig. 121.

Fig. 120.

Fig. 129.

Fig. 123.

Fig. 122.

J. H. Hassenfratz del. Guerin Sculp.

Gisors G I A Senlis B L Fig. 132. St. Denis H K V Z T Paris U T R S Malvoisine F D Chartres C E Q

X F E D B A V U T S R C Q P O M N G H I K L Fig. 130.

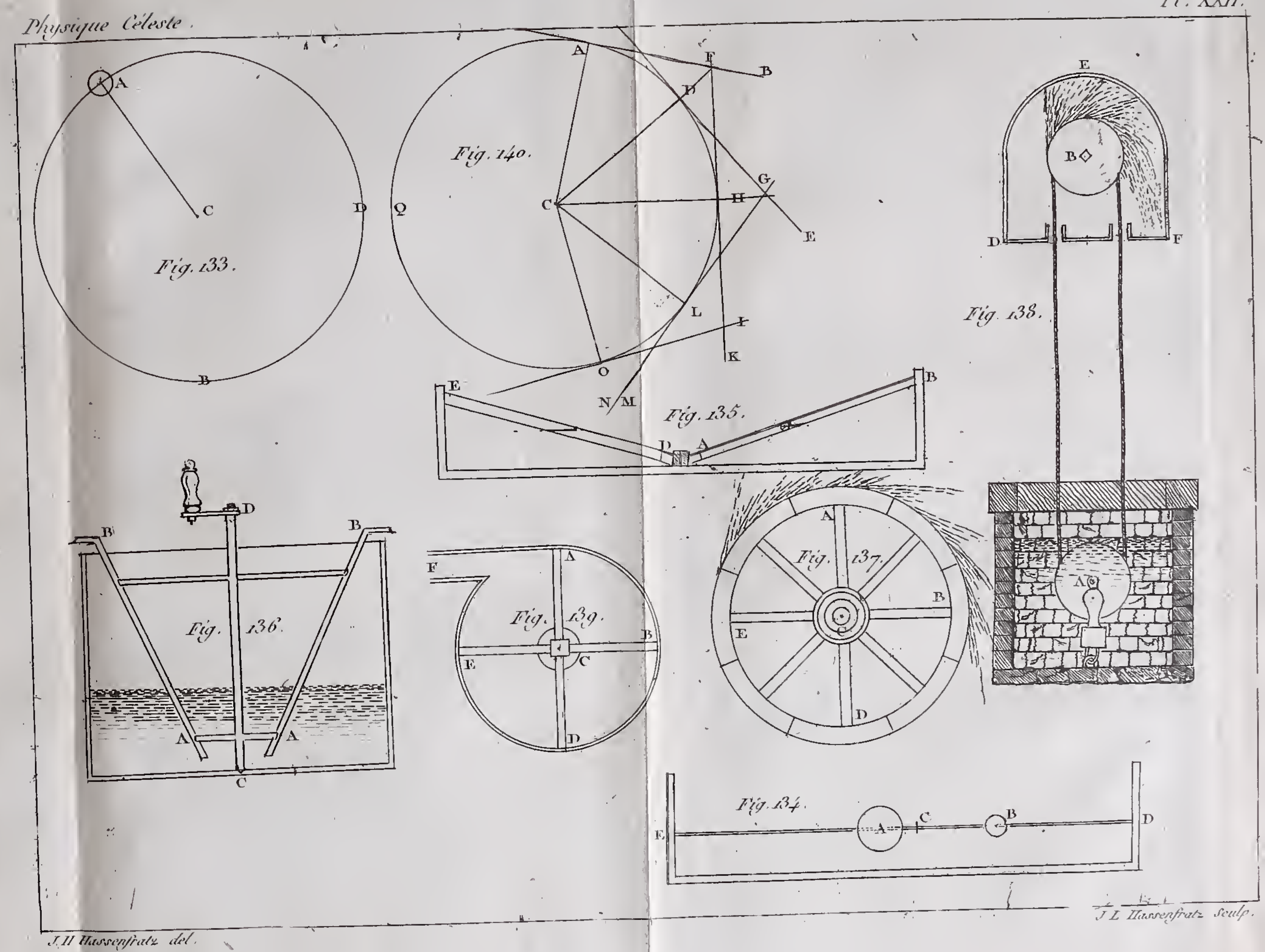
Amiens. Paris. Dunkerque. Brie-Comte-Robert. Fig. 127.

Fig. 128. Orleans. Paris Carcassonne. Rodez. Mont d'or. Bourges. Perpignan.

Π P p P' ϖ F E D B A C Fig. 131.

Tour de Mont-jay. Brie-Comte-Robert. Fig 126. Mareuil. Villejuif Juvisi. Malvoisine. l'Observatoire de Paris. Tour de Montlhery.

J.H. Hassenfratz del. J.L. Hassenfratz Sculp.



J.H Hassenfratz del.

J.L Hassenfratz Sculp.

Fig. 143.

Fig. 141.

Fig. 147.

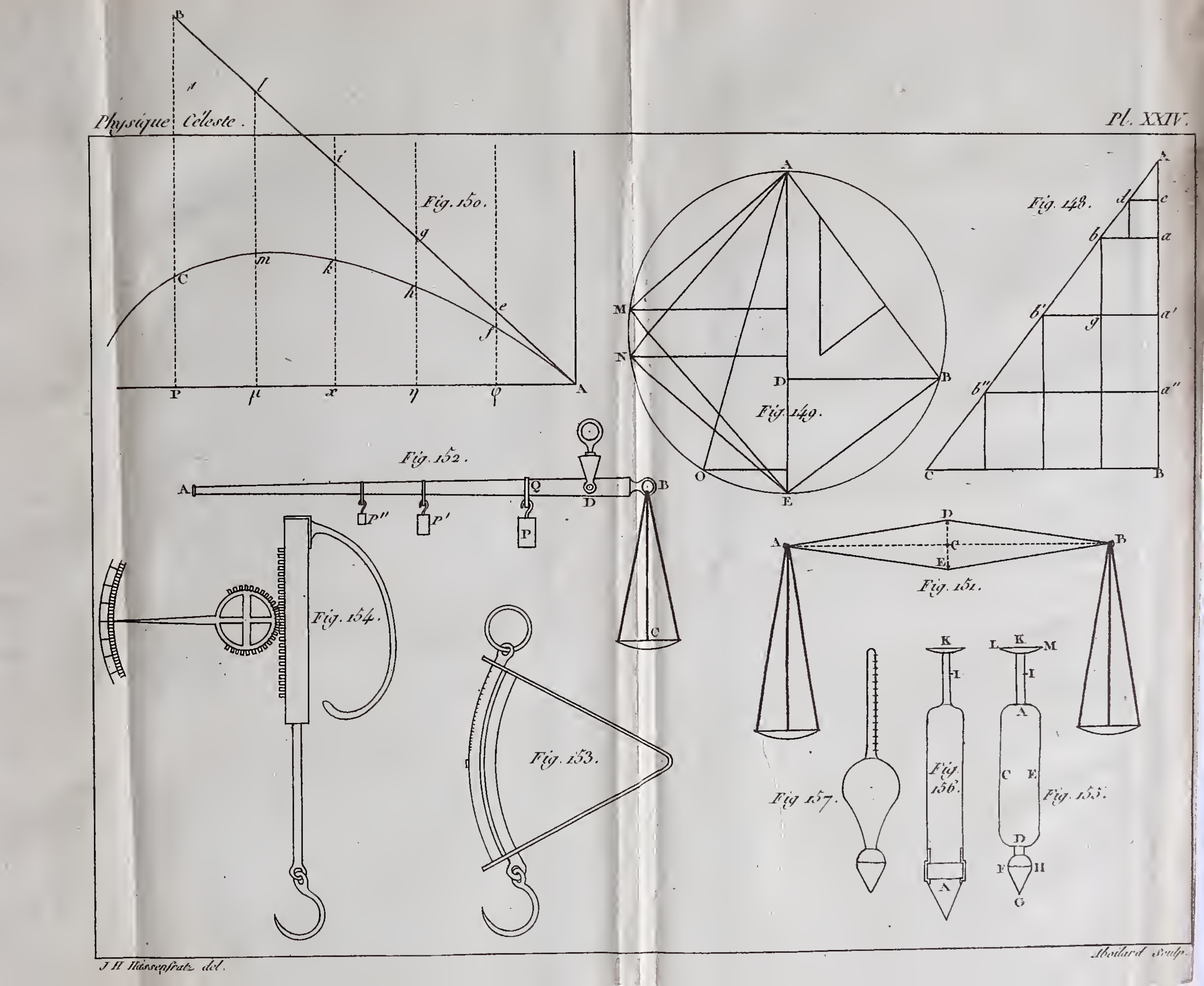
Fig. 145.

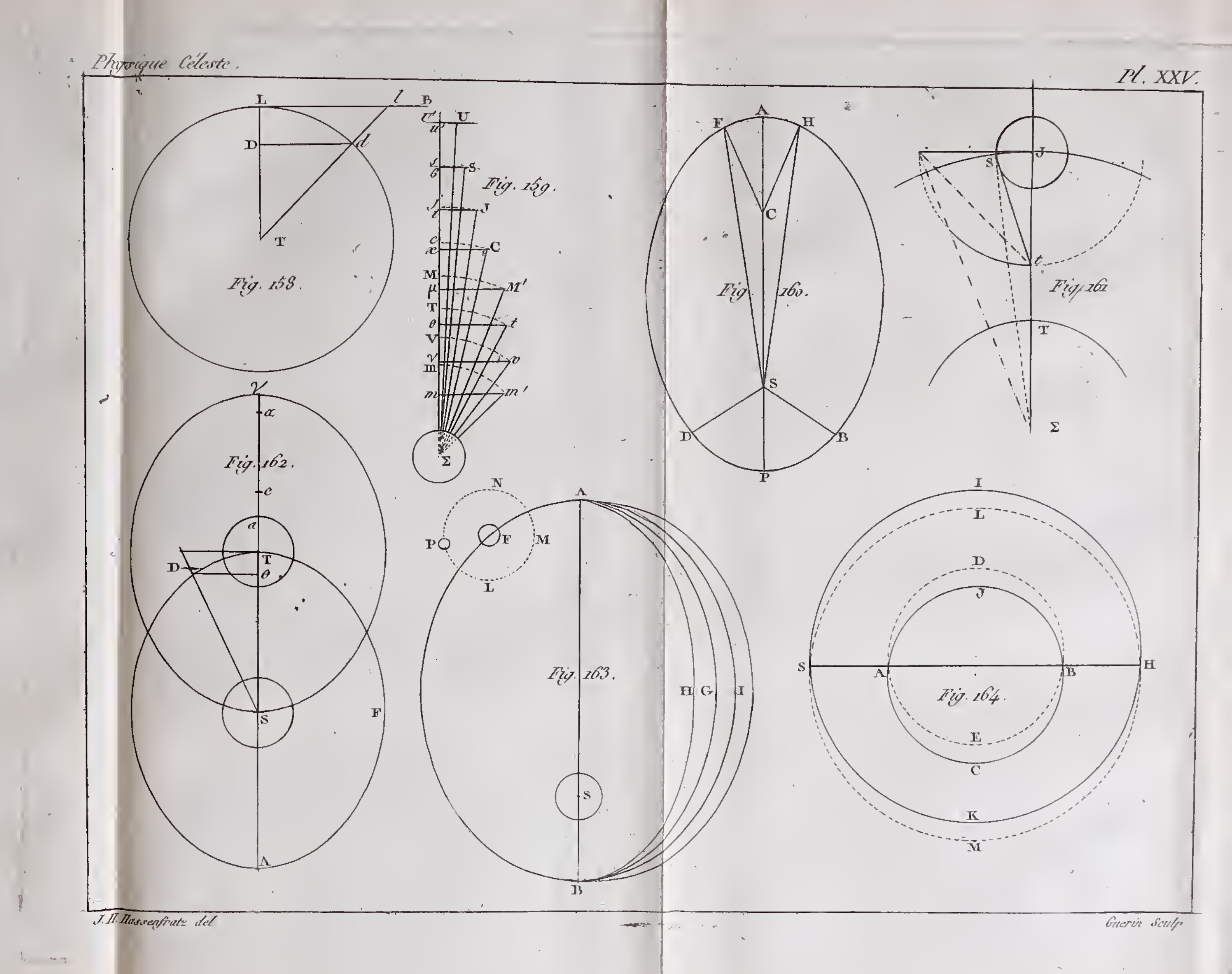
Fig. 142.

Fig. 146.

Fig. 144.

J. H. Hassenfratz del.


Fig. 150.
Fig. 149.
Fig. 148.
Fig. 152.
Fig. 151.
Fig. 154.
Fig. 153.
Fig. 157.
Fig. 156.
Fig. 155.



J. H. Hassenfratz del. Guerin Sculp.

Fig. 165.

Fig. 166.

Fig. 167.

Fig. 168.

Fig. 169.

Fig. 170.

Fig. 171.

Fig. 172.

J. H. Hassenfratz del. *Guerin Sculp.*

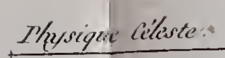


Fig. 174.

Fig. 173.

Fig. 175.

Fig. 176.

Fig. 178.

Fig. 180.

Fig. 179.

Fig. 177.

J. H. Hassenfratz del.

Guerin Sculp.

Fig. 181.
Fig. 182.
Fig. 183.
Fig. 184.
Fig. 185.
Fig. 187.
Fig. 188.

Fig. 186.

Pole Artique.
Angleterre
France
Portugal
Europe
Asie
Chine
Antilles
Afrique
Guinée
Amérique Méridionale
Brésil
Océan Atlantique
Mer du Nord ou
Congo
Sumatra
Isle Borneo
Pole Antartique.

Pole Artique.
Asie
Japon
Amérique Septentrionale
Chine
Isles Philippines
Californie
Mexique
Mer du Sud ou Océan Pacifique
Nouvelle Guinée
Amérique Méridionale
Pérou
Nouvelle Hollande
Pole Antartique.

Fig. 189.

K D C B A F G H I N O L M

Fig. 190.

A B E F G H I K C D

J. H. Hassenfratz del.

